

Московский государственный  
технический университет  
имени Н.Э. Баумана



УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

**В.Д. Арсеньев**

**РАСЧЕТ И СИНТЕЗ ПАРАМЕТРОВ  
ГИРОСТАБИЛИЗАТОРОВ  
ДЛЯ МАНЕВРЕННЫХ ОБЪЕКТОВ**

**Часть 1**

**Расчет возмущающих моментов  
в гиросtabilизаторах для маневренных объектов**

**Издательство МГТУ  
им. Н.Э. Баумана**

Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана

В.Д. Арсеньев

**РАСЧЕТ И СИНТЕЗ ПАРАМЕТРОВ  
ГИРОСТАБИЛИЗАТОРОВ  
ДЛЯ МАНЕВРЕННЫХ ОБЪЕКТОВ**

*В трех частях*

**Часть 1**

**Расчет возмущающих моментов  
в гиросtabilизаторах для маневренных объектов**

*Рекомендовано Научно-методическим советом  
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве учебного пособия*

Москва  
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
2013

УДК 629.7.054.07(075.8)

ББК 39.57.6

A85

Рецензенты: *Л.А. Дудко, В.П. Подчерцев*

**Арсеньев В. Д.**

A85     Расчет и синтез параметров гиросtabilизаторов для маневренных объектов: в 3 ч. — Ч. 1: Расчет возмущающих моментов в гиросtabilизаторах для маневренных объектов / В. Д. Арсеньев. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. — 42, [6] с. : ил.

ISBN 978-5-7038-3703-0

Пособие посвящено рассмотрению методики расчета возмущающих моментов в гиросtabilизаторах, предназначенных для маневренных объектов (т. е. объектов, имеющих угловые скорости до сотен градусов в секунду и угловые ускорения до сотен градусов в секунду в квадрате) при значительных угловых эволюциях объекта. Рассмотрены теоретические основы и методика расчета инерционных моментов в двухосных и трехосных гиросtabilизаторах при вращении и угловых колебаниях подвижных объектов. Приведены основные формулы для расчета моментов трения шарикоподшипниковых опор карданова подвеса, моментов от остаточной несбалансированности и неравножесткости подвеса, а также моментов тяжения токоподводов и возмущающих моментов со стороны привода стабилизации. Дан пример расчета возмущающих моментов в двухосном гиросtabilизаторе для системы ориентации маневренного объекта согласно требованиям технического задания. Приведены формулы для расчета жесткости рамы карданова подвеса и жесткости шарикоподшипниковых опор.

Для студентов 4-го и 5-го курсов, обучающихся по специальности «Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации» и выполняющих проекты по курсам «Теория гироскопов и гиросtabilизаторов» и «Расчет и синтез систем ориентации». Пособие также будет полезно для студентов, выполняющих дипломные проекты.

УДК 629.7.054.07(075.8)

ББК 39.57.6

ISBN 978-5-7038-3703-0

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее важных этапов проектирования гиросtabilизатора (ГС) является расчет возмущающих моментов, действующих вокруг осей стабилизации [1—6]. Их значения определяют выбор приводов стабилизации, выбор параметров и структуры каналов стабилизации, а также статические и динамические погрешности ГС.

Среди возмущающих моментов значительный удельный вес занимают инерционные моменты, особенно для ГС маневренных объектов. Подчеркнем, что термин «инерционные моменты» следует понимать в смысле, заложенном в принципе Д'Аламбера, и никак иначе [7].

В силовых ГС моменты внешних сил, изменяющиеся с высокой частотой, уравниваются как приводами стабилизации, так и гироскопическими моментами. В индикаторных ГС уравнивание как постоянных, так и знакопеременных моментов должно полностью обеспечиваться приводами стабилизации. Поэтому при проектировании ГС необходимо провести достоверный расчет максимальных значений инерционных моментов при комплексных внешних воздействиях, заданных условиями движения подвижного объекта.

Для расчета инерционных моментов необходимо разработать эскиз общего вида ГС. Для этого требуется обосновать кинематическую схему ГС с оптимальным или, по меньшей мере, рациональным расположением гироблоков на платформе. Критериями такого выбора при заданных траекторных условиях могут быть следующие:

- минимальные инструментальные погрешности гироблоков;

- минимальные методические погрешности ГС;
- минимальные значения возмущающих моментов;
- минимальные габариты и масса;
- минимальная потребляемая мощность и др.

В качестве рекомендаций по размещению двухступенных гироскопов на платформе выделим следующие [2, 3]:

– для снижения погрешностей от начального смещения центра масс и неравножесткости подвеса ось прецессии (или, в крайнем случае, ось собственного вращения) гироскопа по возможности следует располагать вдоль линии действия максимальной перегрузки с учетом величины и направления линейной виброперегрузки, при заданной траектории движения объекта (например, баллистическая ракета) — вдоль линии, для которой интеграл по перегрузке за время полета имеет максимальное значение;

– для снижения кинематического дрейфа двухступенных гироскопов оси собственного вращения гироскопов следует располагать как можно ближе к оси минимальных угловых скоростей колебаний основания.

Для снижения инерционных моментов в двухосном ГС можно рекомендовать располагать ось наружной рамы карданова подвеса как можно ближе к оси максимальных угловых колебаний объекта.

# 1. РАСЧЕТ ИНЕРЦИОННЫХ МОМЕНТОВ В ДВУХОСНОМ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЕ ПРИ ВРАЩЕНИИ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Кинематическая схема наружного карданова подвеса двухосного ГС представлена на рис. 1, а соответствующие системы координат (СК) — на рис. 2. Система координат  $Ox_c y_c z_c$  связана с основанием (подвижным объектом);  $Ox_1 y_1 z_1$  — с наружной рамой подвеса;  $Ox_2 y_2 z_2$  — с платформой.

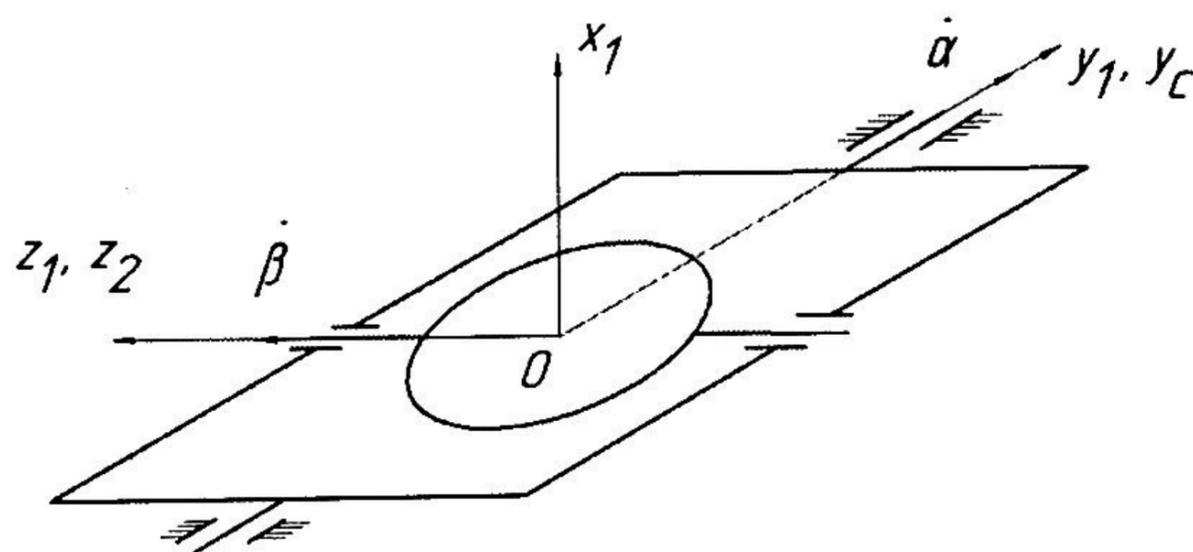


Рис. 1. Карданов подвес двухосного ГС

Инерционный момент, действующий вокруг оси наружной рамы, определяется следующим соотношением [4]:

$$M_{y1}^{ин} = B \operatorname{tg} \beta [\dot{\omega}_{xc} \cos \alpha - \dot{\omega}_{zc} \sin \alpha + \omega_{yc} (\omega_{xc} \sin \alpha + \omega_{zc} \cos \alpha)] + \frac{A}{2} [(\omega_{xc}^2 - \omega_{zc}^2) \sin 2\alpha + 2\omega_{xc} \omega_{zc} \cos 2\alpha], \quad (1)$$

где  $B = J_{y1} + J_{x2}$ ;  $A = J_{z1} + \frac{J_{y1}}{\cos \beta} + \operatorname{tg}^2 \beta (B + J_{x2}) - J_{x1}$ ;  $\alpha$  — угол

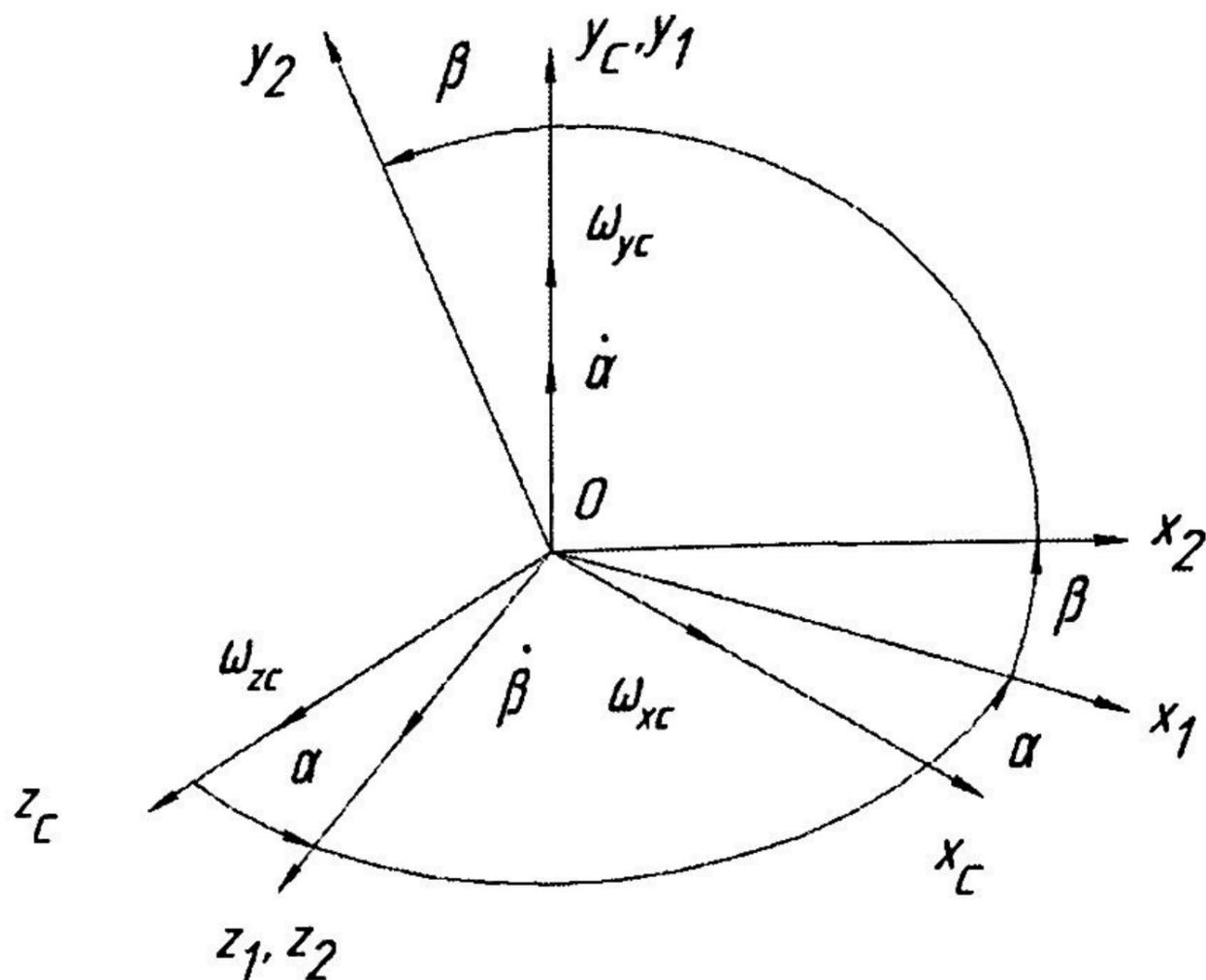


Рис. 2. Системы координат двухосного ГС

поворота наружной рамы вокруг оси  $Oy_c$ ;  $\beta$  — угол поворота платформы вокруг оси  $Oz_1$ .

При определении максимального значения момента привода стабилизации варьируют знаки угловых скоростей и выбирают максимальное значение момента (см. пример расчета в разд. 10).

## 2. РАСЧЕТ ИНЕРЦИОННЫХ МОМЕНТОВ В ДВУХОСНОМ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЕ ПРИ УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Зададим параметры угловых колебаний подвижного объекта вокруг трех осей в виде

$$\alpha_{xc} = a \sin \nu t; \quad \alpha_{yc} = b \sin \nu t; \quad \alpha_{zc} = c \sin \nu t;$$

где  $a, b, c$  — амплитуды угловых колебаний вокруг соответствующих осей;  $\nu$  — круговая частота колебаний объекта.

Инерционный момент, действующий вокруг оси наружной рамы, при угловых колебаниях объекта определяется следующими соотношениями [4]:

$$\begin{aligned}
M_{y1}^{\text{ин}^=} &= -B\nu^2 b \operatorname{tg} \beta (c \cos \alpha + a \sin \alpha) + \\
&\quad + A \frac{\nu^2}{4} [(a^2 - c^2) \sin 2\alpha + 2ac \cos 2\alpha]; \\
M_{y1}^{\text{ин}^{\approx}} &= -B\nu^2 b \operatorname{tg} \beta (c \sin \alpha - a \cos \alpha) \sin \nu t - \\
&\quad - \frac{1}{2} \left\{ B\nu^2 b \operatorname{tg} \beta (a \sin \alpha + c \cos \alpha) + \right. \\
&\quad \left. + A \frac{\nu^2}{2} [(a^2 - c^2) \sin 2\alpha + 2ac \cos 2\alpha] \right\} \cos 2\nu t,
\end{aligned} \tag{2}$$

где  $M_{y1}^{\text{ин}^=}$ ,  $M_{y1}^{\text{ин}^{\approx}}$  — постоянная и переменная составляющие инерционного момента соответственно;  $B = J_{y1} + J_{x2}$ ;  $A = J_{z1} + \frac{J_{y1}}{\cos \beta} + \operatorname{tg}^2 \beta (B + J_{x2}) - J_{x1}$ .

Суммарный инерционный момент:

$$M_{y1}^{\text{ин}} = M_{y1}^{\text{ин}^=} + M_{y1}^{\text{ин}^{\approx}}.$$

При выборе привода стабилизации необходимо учитывать максимальное значение инерционного момента, складывающегося из постоянной и переменной составляющих.

Для реальных конструкций ГС постоянная составляющая инерционного момента и составляющая, изменяющаяся с удвоенной частотой угловых колебаний, как правило, значительно меньше составляющей момента, изменяющейся с частотой колебаний.

Таким образом, максимальное значение инерционного момента, точнее, амплитуду колебаний момента на частоте угловых колебаний объекта, можно определять по упрощенной формуле [4]:

$$M_{y1 \max}^{\text{ин}} = -(J_{y1} + J_{x2})\nu^2 \operatorname{tg} \beta_{\max} |c \sin \alpha - a \cos \alpha|_{\max},$$

где  $\nu = 2\pi f$ ,  $f$  — частота колебаний;  $a$ ,  $c$  — амплитуды колебаний объекта вокруг осей  $Ox_c$ ,  $Oz_c$  соответственно;  $|c \sin \alpha - a \cos \alpha|_{\max}$  — максимальное значение модуля функции  $f(\alpha) = c \sin \alpha - a \cos \alpha$  в диапазоне углов  $\pm \alpha_{\max}$ .

Для углов  $|\alpha_{\max}| > \operatorname{arctg} \frac{c}{a}$  максимальное значение модуля функции  $f(\alpha)$  составляет  $|c \sin \alpha - a \cos \alpha|_{\max} = \sqrt{a^2 + c^2}$ , и в

этом случае максимальный инерционный момент определяется формулой

$$M_{y1 \max}^{\text{ин}} = -4\pi^2 f^2 (J_{y1} + J_{x2}) \operatorname{tg} \beta_{\max} \sqrt{a^2 + c^2}. \quad (3)$$

Отметим, что на значение инерционного момента не влияют угловые колебания объекта вокруг оси наружной рамы подвеса, что физически объяснимо, поскольку эти колебания оказывают влияние на наружную раму только посредством возмущающих моментов, действующих вокруг оси наружной рамы (момент трения, диссипативный момент и др.). Отсюда, в частности, следует, что для уменьшения инерционного момента ось наружной рамы следует располагать вдоль оси максимальных угловых колебаний объекта.

### 3. РАСЧЕТ ИНЕРЦИОННЫХ МОМЕНТОВ В ТРЕХОСНОМ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЕ

Вид наружного карданова подвеса трехосного ГС и соответствующие системы координат представлены на рис. 3, 4.

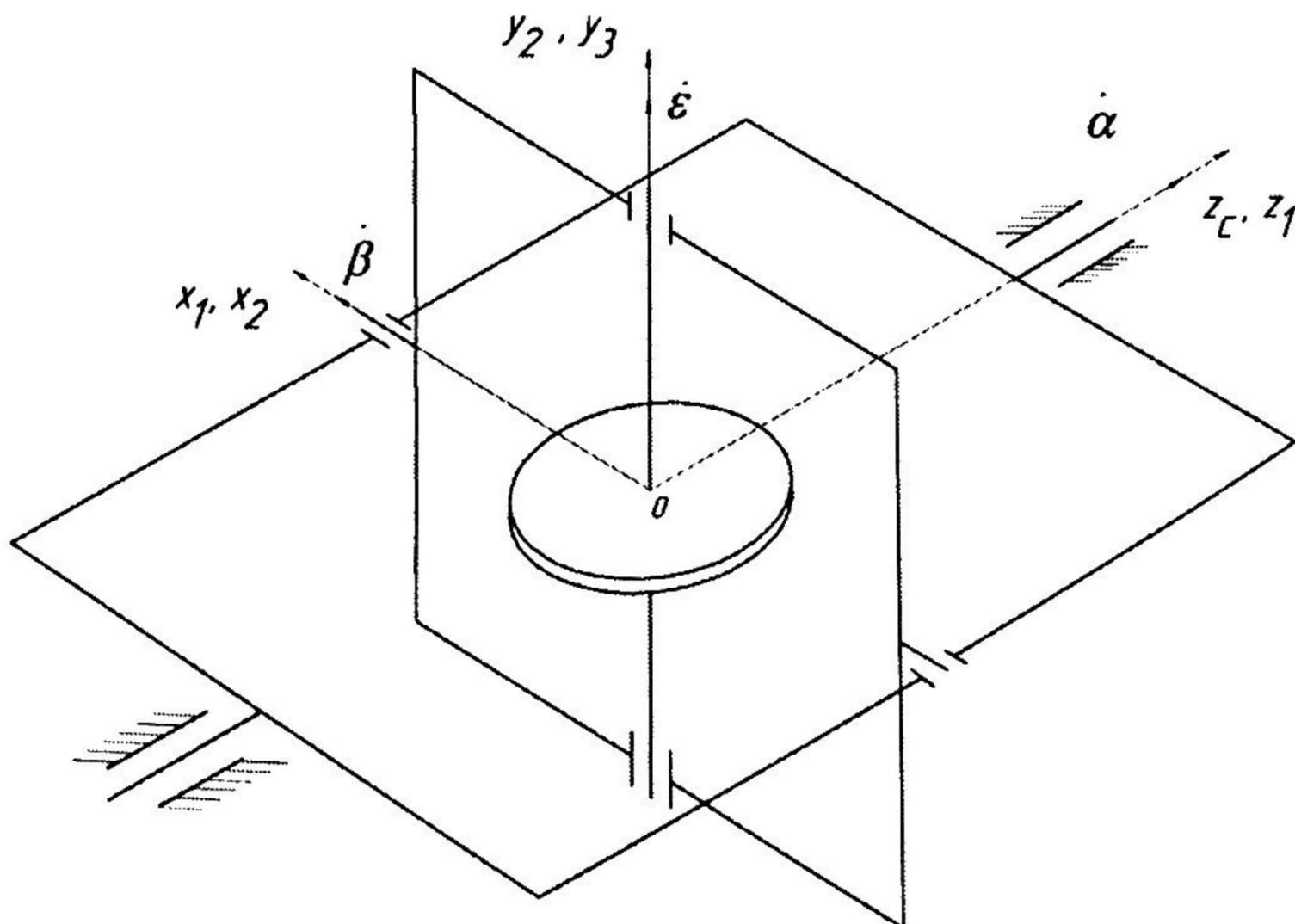


Рис. 3. Карданов подвес трехосного ГС

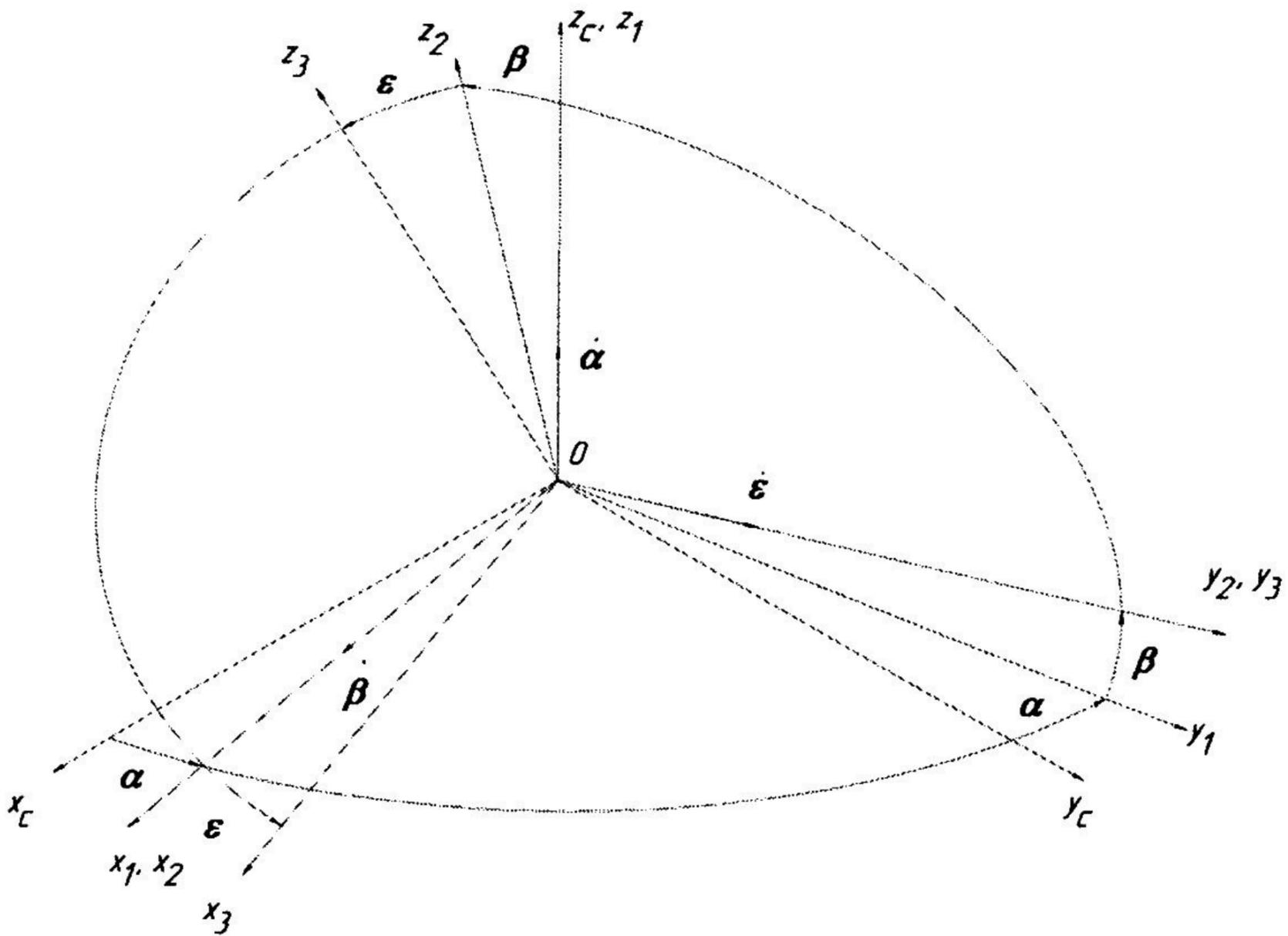


Рис. 4. Системы координат трехосного ГС

Для трехосного ГС инерционный момент вокруг оси наружной рамы  $Oz_1$  определяется по формуле [4]

$$M_{z1}^{\text{ин}} = B \operatorname{tg} \beta [\dot{\omega}_{yc} \cos \alpha - \dot{\omega}_{yc} \sin \alpha + \omega_{zc} (\omega_{yc} \sin \alpha + \omega_{xc} \cos \alpha)] + \frac{A}{2} [(\omega_{yc}^2 - \omega_{xc}^2) \sin 2\alpha + 2\omega_{yc} \omega_{xc} \cos 2\alpha], \quad (4)$$

где  $B = J_{z1} + J_{y2}$ ;  $A = J_{x1} + \frac{J_{z1}}{\cos \beta} + \operatorname{tg}^2 \beta (B + J_{y2}) - J_{y1}$ .

При расчете момента по формуле (4) определяют максимальное значение момента в зависимости от углов  $\alpha$  и  $\beta$  при варьировании знаков угловых скоростей и ускорений.

Максимальное значение (амплитуда колебаний) инерционного момента при угловых колебаниях основания с частотой  $f$  приближенно определяется соотношением

$$M_{z1 \max}^{\text{ин}} = -4\pi^2 f^2 (J_{z1} + J_{y2}) \operatorname{tg} \beta_{\max} |a \sin \alpha - b \cos \alpha|_{\max},$$

где  $|a \sin \alpha - b \cos \alpha|_{\max}$  — максимальное значение модуля функции в диапазоне значений углов  $\pm \alpha_{\max}$ .

Для углов  $|\alpha_{\max}| > \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$  максимальное значение составляет

$$|a \sin \alpha - b \cos \alpha|_{\max} = \sqrt{a^2 + b^2},$$

тогда для амплитуды колебаний инерционного момента можно записать:

$$M_{y1 \max}^{\text{ин}} = -4\pi^2 f^2 (J_{z1} + J_{y2}) \operatorname{tg} \beta_{\max} \sqrt{a^2 + b^2},$$

где  $a, b$  — амплитуды колебаний объекта вокруг осей  $Ox_c, Oy_c$  соответственно.

#### 4. РАСЧЕТ МОМЕНТОВ ТРЕНИЯ ШАРИКОПОДШИПНИКОВ РАМ КАРДАНОВА ПОДВЕСА

Моменты трения радиальных шарикоподшипников (ШП) с внутренним диаметром 5...12 мм определяют по следующим эмпирическим соотношениям [2]:

$$M_{\text{тр}} = M_0 + 500 \cdot (k_1 - k_2) + k_2 R + k_3 A, \quad R > 500 \text{ сН};$$

$$M_{\text{тр}} = M_0 + k_1 R + k_3 A, \quad R < 500 \text{ сН},$$

где  $A, R$  — осевая и радиальная нагрузки ШП соответственно.

Значения коэффициентов  $M_0, k_1, k_2, k_3$  для однорядных ШП определяют по табл. 1 [2].

Таблица 1

Диаметр оси, мм	$M_0, \text{сН} \cdot \text{см}$	$k_1 \cdot 10^4, \text{см}$	$k_2 \cdot 10^4, \text{см}$	$k_3 \cdot 10^4, \text{см}$
5	—	156	16	5
6	—	99	13	5
7	5,6	94	18	6
8	—	91	23	6
10	7,2	69	35	8
12	10,8	124	50	10

Осевая нагрузка ШП складывается из предварительной осевой силы (натяга) и дополнительной силы, возникающей при линейных ускорениях объекта. Кроме того, при линейных вибрациях основания создаются переменные силы в ШП, изменяющиеся с частотой вибрации.

Если частота вибрации лежит за пределами полосы пропускания стабилизатора, то компенсация переменных составляющих момента трения происходит за счет инерционных моментов и при выборе привода стабилизации ее можно не учитывать. Если же частота вибрации лежит в пределах полосы пропускания, то необходимо учитывать вибрационные составляющие момента трения, определяющие наряду с диссипативными моментами колебания платформы.

Рассмотрим расчет величин моментов трения в двухосном ГС (см. рис. 1).

Максимальные значения осевой и радиальной нагрузки с учетом вибрационных составляющих (см. рис. 2) можно определить по следующим формулам.

*Наружная рама:*

— осевая нагрузка

$$A_{н.р} = \frac{P_{пл} + P_{н.р}}{2} (n_{yc} + n_{в}) \leq A_{0 н.р};$$

— радиальная нагрузка

$$R_{н.р} = \frac{P_{пл} + P_{н.р}}{2} \left[ \sqrt{(n_{x1}^2 + n_{z1}^2)} + n_{в} \right],$$

где  $n$  — линейные перегрузки по соответствующим осям,  $n_{в}$  — вибрационная перегрузка;  $A_{0 н.р}$  — предварительный осевой натяг ШП наружной рамы.

Проекции линейных перегрузок на оси наружной рамы (см. рис. 2):

$$n_{x1} = n_{xc} \cos \alpha - n_{zc} \sin \alpha; \quad n_{z1} = n_{zc} \cos \alpha + n_{xc} \sin \alpha. \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что  $n_{x1}^2 + n_{z1}^2 = n_{xc}^2 + n_{zc}^2$ , и для радиальной нагрузки получим:

$$R_{н.р} = \frac{P_{пл} + P_{н.р}}{2} \left[ \sqrt{(n_{xc}^2 + n_{zc}^2)} + n_{в} \right].$$

Платформа:  
— осевая нагрузка

$$A_{\text{пл}} = \frac{P_{\text{пл}}}{2} (n_{z2} + n_{\text{в}}) \leq A_{0\text{пл}},$$

где  $A_{0\text{пл}}$  — предварительный осевой натяг ШП платформы;  
— радиальная нагрузка

$$R_{\text{пл}} = \frac{P_{\text{пл}}}{2} \left[ \sqrt{(n_{x2}^2 + n_{y2}^2)} + n_{\text{в}} \right].$$

Проекции линейных перегрузок на оси платформы (см. рис. 2):

$$\begin{aligned} n_{x2} &= n_{yc} \sin \beta + (n_{xc} \cos \alpha - n_{zc} \sin \alpha) \cos \beta; \\ n_{y2} &= n_{yc} \cos \beta - (n_{xc} \cos \alpha - n_{zc} \sin \alpha) \sin \beta; \\ n_{z2} &= n_{xc} \sin \alpha + n_{zc} \cos \alpha. \end{aligned} \quad (6)$$

Из выражений (5) видно, что  $n_{x2}^2 + n_{z2}^2 = n_{xc}^2 + n_{zc}^2$ , и для максимальной радиальной и осевой нагрузок получим:

$$R_{\text{пл}} = \frac{P_{\text{пл}}}{2} \left[ \sqrt{(n_{xc}^2 + n_{yc}^2 + n_{zc}^2)} + n_{\text{в}} \right];$$

$$A_{\text{пл}} = \frac{P_{\text{пл}}}{2} \left[ \sqrt{(n_{xc}^2 + n_{zc}^2)} + n_{\text{в}} \right] \leq A_{0\text{пл}}.$$

Таким образом, моменты трения пар ШП вокруг осей наружной рамы и платформы:

$$\begin{aligned} M_{\text{н.р}}^{\text{тр}} &= 2M_0 + 1000(k_1 - k_2) + (P_{\text{пл}} + P_{\text{н.р}}) \times \\ &\quad \times [(k_2 \sqrt{n_{xc}^2 + n_{zc}^2} + n_{\text{в}}) + k_3(n_{yc} + n_{\text{в}})] \\ M_{\text{пл}}^{\text{тр}} &= 2M_0 + 1000(k_1 - k_2) + \\ &\quad + P_{\text{пл}}(k_2 \sqrt{n_{xc}^2 + n_{yc}^2 + n_{zc}^2} + n_{\text{в}}) + k_3(\sqrt{n_{xc}^2 + n_{zc}^2} + n_{\text{в}})]. \end{aligned} \quad (7)$$

Формулы (7) при выбранных значениях коэффициентов  $M_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  (см. табл. 1) позволяют рассчитать моменты трения пар ШП наружной рамы и платформы.

## 5. РАСЧЕТ МОМЕНТОВ ОТ ОСТАТОЧНОЙ НЕСБАЛАНСИРОВАННОСТИ ДВУХОСНОГО ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

Моменты внешних сил от остаточной несбалансированности возникают при несовпадении центров масс наружной рамы и платформы с точкой пересечения осей карданова подвеса.

Рассмотрим расчет моментов от остаточной несбалансированности для двухосного ГС (см. рис. 1).

Введем обозначения  $\Delta_{x1}, \Delta_{z1}, n_{x1}, n_{z1}$  — смещения центра масс наружной рамы относительно центра подвеса и линейные перегрузки вдоль осей  $Ox_1, Oz_1$  соответственно. Тогда момент сил от остаточной несбалансированности наружной рамы, действующий вокруг оси наружной рамы  $Oy_1$ , будет равен

$$M_{н.ру1} = P_{н.р}(\Delta_{x1}n_{z1} - \Delta_{z1}n_{x1}).$$

При этом (5)

$$n_{x1} = n_{xc} \cos \alpha - n_{zc} \sin \alpha; \quad n_{z1} = n_{zc} \cos \alpha + n_{xc} \sin \alpha,$$

где  $n_{xc}, n_{zc}$  — линейные перегрузки вдоль осей объекта  $Ox_c, Oz_c$ .

Момент сил от остаточной несбалансированности платформы, действующий вокруг оси наружной рамы  $Oy_1$ :

$$M_{плу1} = P_{пл}(\Delta_{x2}n_{z2} - \Delta_{z2}n_{x2}) \cos \beta.$$

Суммарный момент, действующий вокруг оси наружной рамы  $Oy_1$ :

$$M_{y1}^{нб} = P_{н.р}(\Delta_{x1}n_{z1} - \Delta_{z1}n_{x1}) + P_{пл}(\Delta_{x2}n_{z2} - \Delta_{z2}n_{x2}) \cos \beta,$$

где проекции перегрузок на оси  $Ox_2, Oz_2$ :

$$n_{x1} = n_{xc} \cos \alpha - n_{zc} \sin \alpha, \quad n_{z1} = n_{zc} \cos \alpha + n_{xc} \sin \alpha;$$

$$n_{x2} = n_{yc} \sin \beta + (n_{xc} \cos \alpha - n_{zc} \sin \alpha) \cos \beta;$$

$$n_{y2} = n_{yc} \cos \beta - (n_{xc} \cos \alpha - n_{zc} \sin \alpha) \sin \beta;$$

$$n_{z2} = n_{xc} \sin \alpha + n_{zc} \cos \alpha.$$

Момент сил от остаточной несбалансированности платформы, действующий вокруг оси платформы  $Oz_1$ :

$$M_{z1}^{нб} = P_{пл}(\Delta_{y2}n_{x2} - \Delta_{x2}n_{y2}) \cos \beta.$$

Предполагаем, что балансировка платформы происходит в сборе на собственных ШП, а балансировка наружной рамы подвеса — в технологических опорах. Тогда точность балансировки определяется моментом трения в технологических опорах наружной рамы и штатных опорах платформы при единичных перегрузках, соответствующих горизонтальному положению наружной рамы ( $n_{x1} = 0$ ,  $n_{z2} = 0$ ,  $n_{x1} = 0$ ,  $n_{x2} = -1$ ).

В этом случае

$$M_{н.ру1} = P_{н.р} \Delta_{z1} + P_{пл} \Delta_{z2}, \quad M_{плz1} = -P_{пл} \Delta_{y2}$$

и можно записать

$$\Delta_{x2} = \Delta_{y2} = \Delta_{z2} = \frac{M_{0пл}^{тр}}{P_{пл}}; \quad \Delta_{x1} = \Delta_{y1} = \Delta_{z1} = \frac{M_{0н.р}^{тр.техн}}{P_{н.р}}. \quad (8)$$

Момент трения технологических опор в зависимости от их типа может быть в 5—10 раз меньше момента трения штатных ШП.

При условии (3) выражения для моментов от остаточной несбалансированности примут вид:

$$M_{y1}^{нб} = P_{н.р} \Delta_{x1} [n_{xc}(\sin \alpha - \cos \alpha) + n_{zc}(\cos \alpha + \sin \alpha)] + \\ + P_{пл} \Delta_{x2} \cos \beta [n_{xc}(\sin \alpha - \cos \alpha \cos \beta) + n_{yc} \sin \beta + \\ + n_{zc}(\cos \alpha + \sin \alpha \cos \beta)]; \quad (9)$$

$$M_{z1}^{нб} = P_{пл} \Delta_{x2} [(n_{xc} \cos \alpha - n_{zc} \sin \alpha)(\cos \beta + \sin \beta) + \\ + n_{yc}(\sin \beta - \cos \beta)].$$

Максимальное значение момента от остаточной несбалансированности по соотношениям (9) определяют путем варьирования знаков перегрузок и углов  $\alpha$  и  $\beta$  (см. далее пример расчета в разд. 10).

## 6. РАСЧЕТ МОМЕНТОВ ОТ НЕРАВНОЖЕСТКОСТИ КАРДАНОВА ПОДВЕСА

Моменты от неравножесткости зависят от типа карданова подвеса и его конструктивных особенностей.

Рассмотрим методику расчета моментов от неравножесткости на примере наружного карданова подвеса двухосного ГС (см. рис. 1).

Для расчета моментов от неравножесткости подвеса необходимо определить смещения центров масс рамы и платформы, которые являются функциями соответствующих линейных перегрузок:

$$\Delta_{x1} = -\frac{P_{н.р}n_{x1}}{C_{x1}} = -\frac{P_{н.р}n_{x1}}{2C_r};$$

$$\Delta_{z1} = (\delta_{z1}^q)_{ц.м} + (\delta_{z1}^p)_{ц.м} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\gamma b h L}{C_{z1}^q} + \frac{P_{пл}}{2C_{z1}} \right) n_{z1},$$

где  $(\delta_{z1}^q)_{ц.м}$ ,  $(\delta_{z1}^p)_{ц.м}$  — смещения центра масс наружной рамы от распределенной нагрузки и от нагрузки, создаваемой платформой вдоль оси  $Oz_1$ ;  $C_{z1}^q$ ,  $C_{z1}$  — линейные жесткости наружной рамы вдоль соответствующих направлений от распределенной нагрузки и от платформы соответственно;  $C_{x1} = C^r$  — радиальная жесткость одного ШП наружной рамы.

Воспользуемся следующими приближенными соотношениями для смещений:

$$(\delta_{z1}^q)_{ц.м} = \frac{1}{2}\delta_{z1}^q; \quad (\delta_{z1}^p)_{ц.м} = \frac{1}{2}\delta_{z1}^p. \quad (10)$$

Для платформы:

$$\Delta_{плx1} = \Delta_{плу1} = -\frac{P_{пл}n_{x1}}{C_{x1}} = -\frac{P_{пл}n_{x1}}{2C_{пл}^r};$$

$$\Delta_{плz1} = \delta_{z1}^q + \delta_{z1}^p + \delta_{z1}^o = -\left[ \frac{\gamma b h L}{C_{z1}^q} + \frac{P_{пл}}{2C_{z1}} + \frac{P_{пл}}{2C_{пл}^o} \right] n_{z1},$$

где  $\delta_{z1}^o$  — смещение платформы от деформации ее опор в осевом направлении;  $C_{пл}^r$ ,  $C_{пл}^o$  — радиальная и осевая жесткости ШП платформы соответственно.

Суммарный момент от неравножесткости, действующий вокруг оси наружной рамы  $Oy_1$ , составит

$$M_{н.ру1} = F_{x1}\Delta_{z1} - F_{z1}\Delta_{x1}; \quad M_{плу1} = F_{x2}\Delta_{плz1} - F_{z2}\Delta_{плx1};$$

где  $F_{x1} = -P_{н.р}n_{x1}$ ;  $F_{z1} = -P_{н.р}n_{z1}$ ;  $F_{x2} = -P_{пл}n_{x1}$ ;  
 $F_{z2} = -P_{пл}n_{z1}$ .

Тогда

$$M_{н.ру1} = F_{x1}\Delta_{z1} - F_{z1}\Delta_{x1} + F_{x2}\Delta_{плz1} - F_{z2}\Delta_{плx1}.$$

Максимальный суммарный момент от неравножесткости для прямоугольной рамы, действующий вокруг оси наружной рамы  $Oy_1$ :

$$M_{н.ру1} = \frac{(n_{x1}n_{z1})_{\max}}{2} \left[ P_{н.р}^2 \left( \frac{1}{2(1+l/L)C_{z1}^q} - \frac{1}{C^r} \right) + \right. \\ \left. + P_{пл}^2 \left( \frac{1}{C_{z1}} + \frac{1}{C_{пл}^o} - \frac{1}{C_{пл}^r} \right) + P_{н.р}P_{пл} \left( \frac{1}{C_{z1}} + \frac{1}{(1+l/L)C_{z1}^q} \right) \right].$$

Из формулы (5) следует, что максимальное значение произведения перегрузок определяется соотношением

$$(n_{x1}n_{z1})_{\max} = \frac{n_{xc}^2 + n_{zc}^2}{2}.$$

Получим окончательное максимальное значение момента от неравножесткости, действующего вокруг оси наружной рамы  $Oy_1$ , для прямоугольной рамы:

$$M_{н.ру1} = \frac{n_{xc}^2 + n_{zc}^2}{4} \left[ P_{н.р}^2 \left( \frac{1}{2(1+l/L)C_{z1}^q} - \frac{1}{C^r} \right) + \right. \\ \left. + P_{пл}^2 \left( \frac{1}{C_{z1}} + \frac{1}{C_{пл}^o} - \frac{1}{C_{пл}^r} \right) + \right. \\ \left. + P_{н.р}P_{пл} \left( \frac{1}{C_{z1}} + \frac{1}{(1+l/L)C_{z1}^q} \right) \right]. \quad (11)$$

Жесткости прямоугольной рамы (см. приложение):

$$C_{z1} = \frac{768n_1^3 EJ}{L^3[(1+2l/L)^2(1+4n_1) - 1]}, \quad C_{z1}^q = \frac{384EJ}{L^3(5 - 4/n_1)}.$$

Отметим, что момент сил от неравножесткости вокруг оси платформы  $Oz_1$  для платформы, жесткость которой значительно выше жесткости рамы, практически не возникает, поскольку не происходит смещения центра масс платформы относительно оси  $Oz_1$ .

Также отметим, что деформация ШП оси наружной рамы не приводит к смещению центра масс рамы относительно центра подвеса, поскольку наружная рама смещается вместе с платформой. Смещение центра масс рамы может происходить только при деформации самой наружной рамы и ее полуосей.

Итак, в случае применения ШП наружной рамы, имеющих значительные осевые силы и, как следствие, высокие значения жесткости, формула для расчета момента от неравножесткости может быть упрощена:

$$M_{н.ру1} = \frac{n_{xc}^2 + n_{zc}^2}{4} \left[ P_{н.р}^2 \left( \frac{1}{2(1+l/L)C_{z1}^q} \right) + P_{пл}^2 \frac{1}{C_{z1}} + P_{н.р}P_{пл} \left( \frac{1}{C_{z1}} + \frac{1}{(1+l/L)C_{z1}^q} \right) \right].$$

При линейных вибрациях основания по гармоническому закону возникает постоянная составляющая момента от неравножесткости и составляющая, изменяющаяся с двойной частотой вибрации. Постоянная составляющая и равная ей по модулю амплитуда колебаний на двойной частоте колебаний может быть определена по следующей формуле:

$$M_{н.ру1}^{вибр} = \frac{n_{вxc}^2 + n_{вzc}^2}{8} \lambda_{x1} \lambda_{z1} \left[ P_{н.р}^2 \left( \frac{1}{2 \cdot (1+l/L)C_{z1}^q} - \frac{1}{C_r} \right) + P_{пл}^2 \left( \frac{1}{C_{z1}} + \frac{1}{C_{пл}^o} - \frac{1}{C_{пл}^r} \right) + P_{н.р}P_{пл} \left( \frac{1}{C_{z1}} + \frac{1}{(1+l/L)C_{z1}^q} \right) \right], \quad (12)$$

где  $n_{вxc}$ ,  $n_{вzc}$  — виброперегрузки вдоль соответствующих осей;  $\lambda_{x1}$ ,  $\lambda_{z1}$  — коэффициенты динамичности по осям карданова подвеса  $Ox_1$ ,  $Oz_1$  соответственно, определяемые степенью близости частоты вибрации к резонансным частотам карданова подвеса и демпфирующими свойствами последнего.

Данный подход можно использовать также для анализа момента неравножесткости карданова подвеса трехосного ГС и подвесов других типов.

## 7. РАСЧЕТ МОМЕНТОВ ТЯЖЕНИЯ ТОКОПОДВОДОВ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРА

Целесообразность использования в ГС токоподводов того или иного типа определяется в основном углами прокачки ГС. Рассмотрим основные типы токоподводов ГС.

### 7.1. Гибкие токоподводы

Момент тяжения гибких токоподводов можно оценить по следующей формуле [6]:

$$M_{\text{тп}} = \frac{6,5N\theta_{\text{max}}}{l_{\text{тп}}},$$

где  $N$  — число токоподводов;  $\theta_{\text{max}}$  — максимальный угол скручивания токоподводов;  $l_{\text{тп}}$  — длина токоподводов между местами заделки проводов. Число токоподводов определяют по электрической схеме с учетом резервирования наиболее ответственных цепей.

### 7.2. Коллекторные токоподводы

В коллекторных токоподводах возникает момент трения щеток о токопроводящие кольца. Ориентировочно значение момента трения можно оценить по следующей формуле [6]:

$$M_{\text{тп}}^{\text{тр}} = \mu_{\text{ск}} F_{\text{н}} R_{\text{к}} N_{\text{к}} N_{\text{щ}},$$

где  $\mu_{\text{ск}} = 0,18 \dots 0,2$  — коэффициент трения скольжения;  $F_{\text{н}} = 0,02 \dots 0,10$  Н — сила прижатия щеток;  $R_{\text{к}}$  — радиус кольца;  $N_{\text{к}}$  — число токопроводящих колец;  $N_{\text{щ}}$  — число щеток, прижимающихся к одному кольцу.

## 8. РАСЧЕТ ВОЗМУЩАЮЩИХ МОМЕНТОВ ПРИВОДА СТАБИЛИЗАЦИИ ПРИ ВРАЩЕНИИ И КОЛЕБАНИЯХ ОСНОВАНИЯ

При вращении и угловых колебаниях подвижного объекта возникают возмущающие моменты двух видов [2]:

— инерционный момент от обкатки:

$$M_{\Pi}^{\text{ин}} = J_{\Pi} \dot{\omega}_{\Pi}, \quad J_{\Pi} = i^2 J_{\text{р}} k_{\text{ред}},$$

где  $J_{\Pi}$ ,  $J_{\text{р}}$  — моменты инерции привода и ротора привода соответственно;  $\dot{\omega}_{\Pi}$  — угловое ускорение вращения вокруг оси привода;  $i$  — передаточное число редуктора;  $k_{\text{ред}}$  — коэффициент, учитывающий приведенный момент инерции деталей редуктора,  $k_{\text{ред}} = 1, 2 \dots 1, 4$ ;

— демпфирующий момент вязкого трения:

$$M_{\text{демп}} = i^2 d \omega_{\Pi},$$

где  $d$  — удельный демпфирующий момент по оси стабилизации, определяемый возникновением противоЭДС в приводе стабилизации и значительно меньшими демпфирующими моментами в опорах карданова подвеса.

Для коллекторных двигателей постоянного тока удельный демпфирующий момент можно определить по формуле

$$d = \frac{M_{\Pi \text{ max}}}{\omega_{\text{х.х}}},$$

где  $M_{\Pi \text{ max}}$  — максимальный момент привода;  $\omega_{\text{х.х}}$  — угловая скорость холостого хода.

Для безредукторного привода

$$M_{\Pi}^{\text{ин}} = J_{\text{р}} \dot{\omega}_{\Pi}, \quad M^{\text{демп}} = d \omega_{\Pi}.$$

Для двухосного ГС с безредукторным приводом (см. рис. 1):

$$\begin{aligned} M_{y1}^{\text{ин}} &= J_{\text{н.п.р}} \dot{\omega}_{\text{ус}}, & M_{y1}^{\text{демп}} &= d_{\text{н}} \omega_{\text{ус}}, \\ M_{z1}^{\text{ин}} &= J_{\text{п.р}} \dot{\omega}_{z1}, & M_{z1}^{\text{демп}} &= d_{\text{п}} \omega_{z1}, \end{aligned} \tag{13}$$

где  $J_{\text{н.п.р}}$ ,  $J_{\text{п.р}}$  — моменты инерции ротора привода наружной рамы и платформы соответственно;  $d_{\text{н}}$ ,  $d_{\text{п}}$  — удельные диссипативные моменты привода наружной рамы и платформы соответственно;  $\omega_{z1} = \omega_{z\text{с}} \cos \alpha + \omega_{x\text{с}} \sin \alpha$ ,  $\omega_{x\text{с}}$ ,  $\omega_{z\text{с}}$  — угловые скорости основания вокруг соответствующих осей.

С точностью до малых величин второго порядка можно записать

$$\dot{\omega}_{z1} = \dot{\omega}_{z\text{с}} \cos \alpha + \dot{\omega}_{x\text{с}} \sin \alpha.$$

При угловых колебаниях подвижного объекта вокруг трех осей, заданных в виде  $\alpha_{xc} = a \sin \nu t$ ,  $\alpha_{yc} = b \sin \nu t$ ,  $\alpha_{zc} = c \sin \nu t$ , амплитуды возмущающих моментов на частоте колебаний составят:

$$\begin{aligned} M_{y1}^{\text{ин}\approx} &= J_{\text{п.н.р}} b \nu^2; & M_{y1}^{\text{демп}\approx} &= d_{\text{н}} b \nu; \\ M_{z1}^{\text{ин}\approx} &= J_{\text{пр}} \nu^2 (c \cos \alpha + a \sin \alpha); & & (14) \\ M_{z1}^{\text{демп}\approx} &= d_{\text{п}} (\omega_{zc} \cos \alpha + \omega_{xc} \sin \alpha). \end{aligned}$$

При выборе привода стабилизации необходимо учитывать как постоянные составляющие моментов (13), так и амплитуды моментов на частоте качки.

Кроме того, значения амплитуд переменных моментов (14) наряду с моментами трения необходимо учитывать при определении эффективности подавления колебаний основания для платформы.

## 9. РАСЧЕТ МАКСИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ СУММАРНОГО ВОЗМУЩАЮЩЕГО МОМЕНТА

Максимальное значение возмущающего момента, действующего вокруг оси наружной рамы, определяется суммой составляющих:

$$\begin{aligned} M_{y1}^{\Sigma} &= M_{y1}^{\text{ин.вр}} + M_{y1}^{\text{ин.к}} + M_{y1}^{\text{тр}} + M_{y1}^{\text{нб}} + M_{y1}^{\text{нж}} + \\ &+ M_{y1}^{\text{тп}} + M_{y1}^{\text{ин.пр}} + M_{y1}^{\text{демп}}. \end{aligned}$$

Максимальное значение возмущающего момента, действующего вокруг оси платформы, определяется суммой составляющих:

$$M_{z1}^{\Sigma} = M_{z1}^{\text{тр}} + M_{z1}^{\text{нб}} + M_{z1}^{\text{тп}} + M_{z1}^{\text{ин.пр}} + M_{z1}^{\text{демп.пр}},$$

где  $M_{y1}^{\text{ин.вр}}$  — инерционный момент от вращения объекта;  $M_{y1}^{\text{ин.к}}$  — инерционный момент от угловых колебаний объекта;  $M_{y1,z1}^{\text{тр}}$  — момент трения ШП;  $M_{y1,z1}^{\text{нб}}$  — момент от остаточной несбалансированности рам ГС;  $M_{y1}^{\text{нж}}$  — момент от неравножесткости карданова подвеса ГС;  $M_{y1,z1}^{\text{тп}}$  — момент тяжения токоподводов.

Рассчитанные значения моментов являются основанием выбора приводов стабилизации и расчета статических и динамических погрешностей стабилизации.

После этого необходимо провести более точный расчет параметров рамы карданова подвеса, используя результаты доработки рамы (введения ребра жесткости и т.п.) и параметры выбранных приводов стабилизации. При этом осуществляются 3D-моделирование конструкции, уточнение массогабаритных характеристик и жесткостей рамы, разработка чертежей общего вида.

## 10. ПРИМЕР РАСЧЕТА ВОЗМУЩАЮЩИХ МОМЕНТОВ В ДВУХОСНОМ ГИРОСТАБИЛИЗАТОРЕ

Рассмотрим пример расчета возмущающих моментов в двухосном ГС, предназначенном для системы ориентации (СО) маневренного объекта.

Основой для проектирования ГС и проведения расчета возмущающих моментов является техническое задание (ТЗ) на разработку ГС.

Рассмотрим раздел ТЗ, в котором задаются параметры движения объекта, необходимые для расчета возмущающих моментов в ГС.

### 10.1. Техническое задание на разработку двухосного гиросtabilизатора для системы ориентации маневренного объекта Раздел «Условия эксплуатации»

**Исходные данные (параметры движения объекта):**

линейные перегрузки  $n_{yc} = 3$ ,  $n_{xc} = 5$ ,  $n_{zc} = 2$ ;

линейные вибрации на частоте  $f = 9$  Гц амплитудой до 2 мм;

максимальные значения угловых скоростей в проекциях на оси объекта:

нормальная ось —  $\omega_{xc} = 80$  град/с;

продольная ось —  $\omega_{yc} = 90$  град/с;

боковая ось —  $\omega_{zc} = 60$  град/с.

Модуль вектора угловой скорости объекта при этом составляет 134,5 град/с.

Максимальные угловые ускорения (продолжительностью не более 2 мин):  $\dot{\omega}_{zc} = 70$  град/с;  $\dot{\omega}_{xc} = 70$  град/с.

углы прокачки:  $\alpha_{\max} = 70^\circ$ ,  $\beta_{\max} = 60^\circ$ ;  
 Угловые колебания на частоте  $f = 4,0$  Гц:  
 – амплитудой до  $2,0^\circ$  вокруг трех осей.  
 Угловые колебания на частоте  $f = 60,0$  Гц:  
 – амплитудой до  $0,5^\circ$  вокруг продольной оси ( $OY_c$ ).

### 1. Характеристики модели.

Упрощенная 3D-модель гиросtabilизатора системы ориентации на базе гироблоков и акселерометров представлена на рис. 5. Вид ГС с системами координат показан на рис. 6.

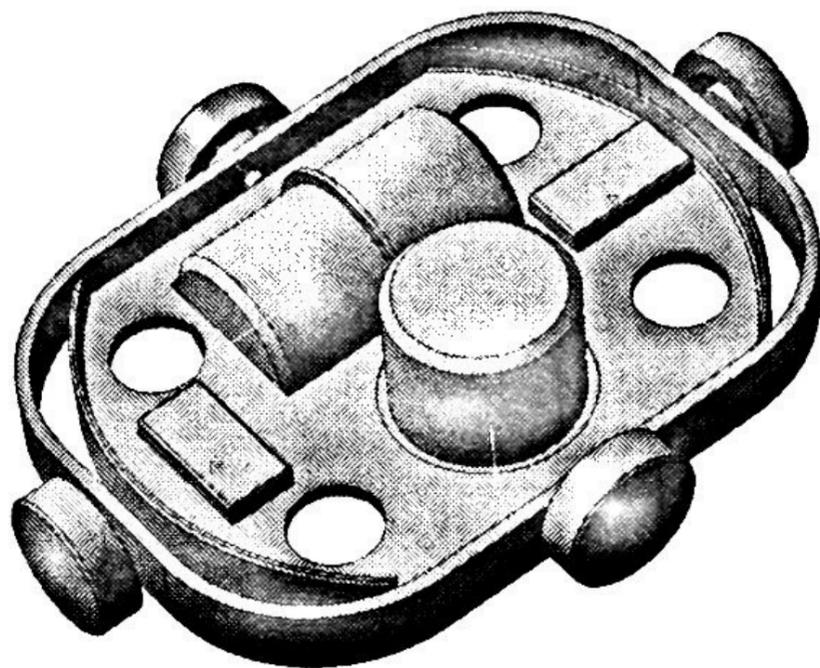


Рис. 5. 3D-модель карданова подвеса двухосного ГС СО

Модель ГС имеет следующие характеристики:

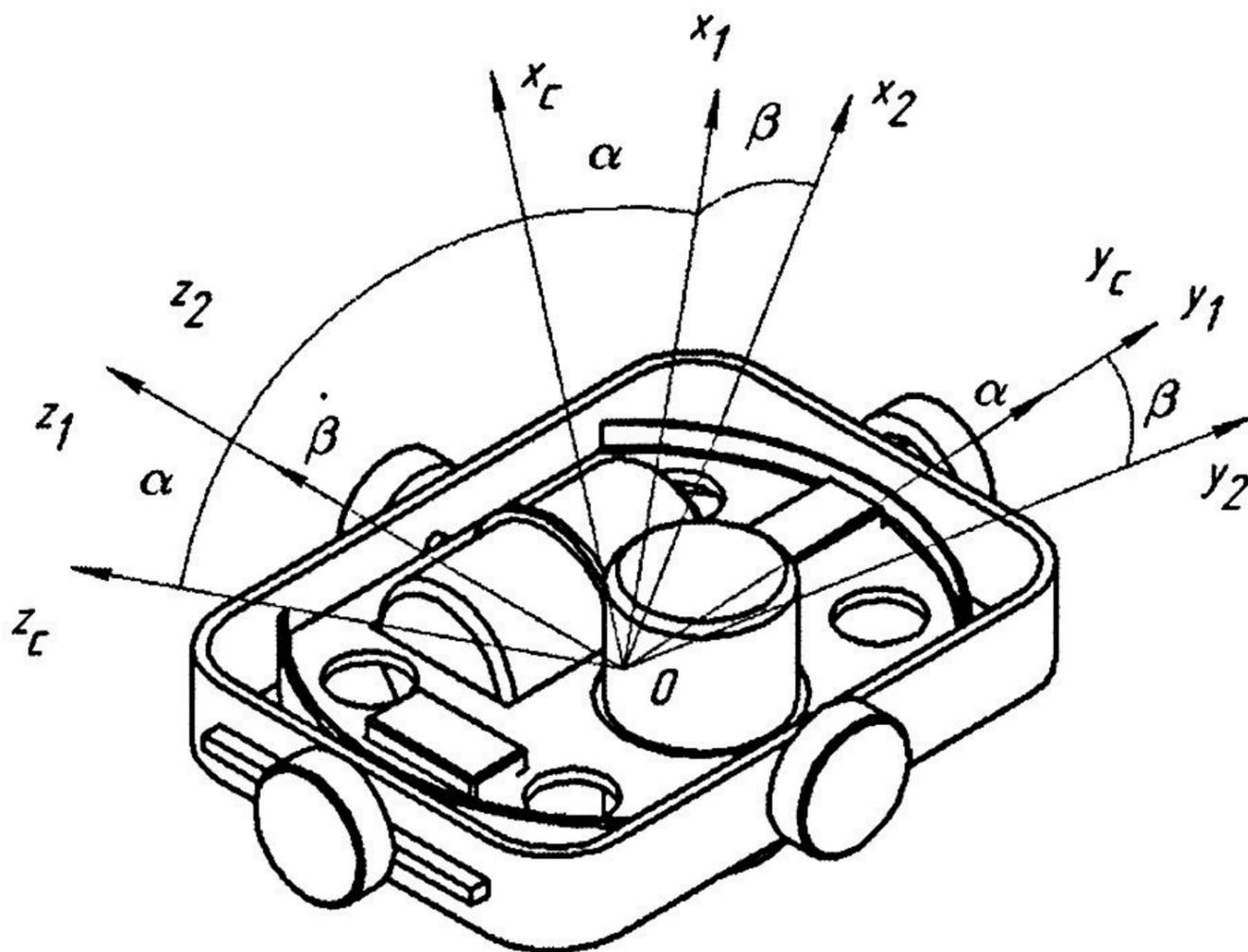
- массу наружной рамы с элементами датчика угла и датчика момента 230 г;
- массу гироблока 410 г;
- массу акселерометра 100 г;
- массе платформы с гироблоками, акселерометрами и роторами датчиков угла и момента 1200 г;
- масса ГС без корпуса 1550 г;
- габариты ГС без корпуса  $228 \times 171 \times 80$  мм.

С помощью модели ГС рассчитываем значение моментов инерции:

- наружная рама с роторами датчиков угла и момента и статорами датчиков по внутренней оси:

$$J_{x1} = 16,7 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad J_{y1} = 11,0 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{z1} = 6,1 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$



**Рис. 6.** Системы координат двухосного гиросtabilизатора СО

– платформа с гироблоками, акселерометрами и роторами датчика угла и датчика момента:

$$J_{x2} = 29,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad J_{y2} = 16,0 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{z2} = 21,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

После расчетов массогабаритных характеристик ГС выполним расчет составляющих возмущающих моментов, действующих вокруг осей стабилизации ГС.

### **10.2. Расчет инерционных моментов в двухосном гиросtabilизаторе при вращении подвижного объекта**

Для параметров ГС, рассчитанных по 3D-модели, и параметров движения объекта, заданных в ТЗ, зависимости инерционного момента вокруг оси наружной рамы от углов  $\alpha$  и  $\beta$  имеют следующий вид.

Зависимости для положительных и отрицательных значений угла  $\alpha$  при  $\beta = \beta_{\max}$  сочетания знаков, соответствующего максимальному инерционному моменту ( $\omega_{xc} = -80$  град/с;

$\omega_{yc} = 90$  град/с;  $\omega_{zc} = 60$  град/с;  $\dot{\omega}_{xc} = 70$  град/с<sup>2</sup>;  $\dot{\omega}_{zc} = 70$  град/с<sup>2</sup>), приведены на рис. 7.

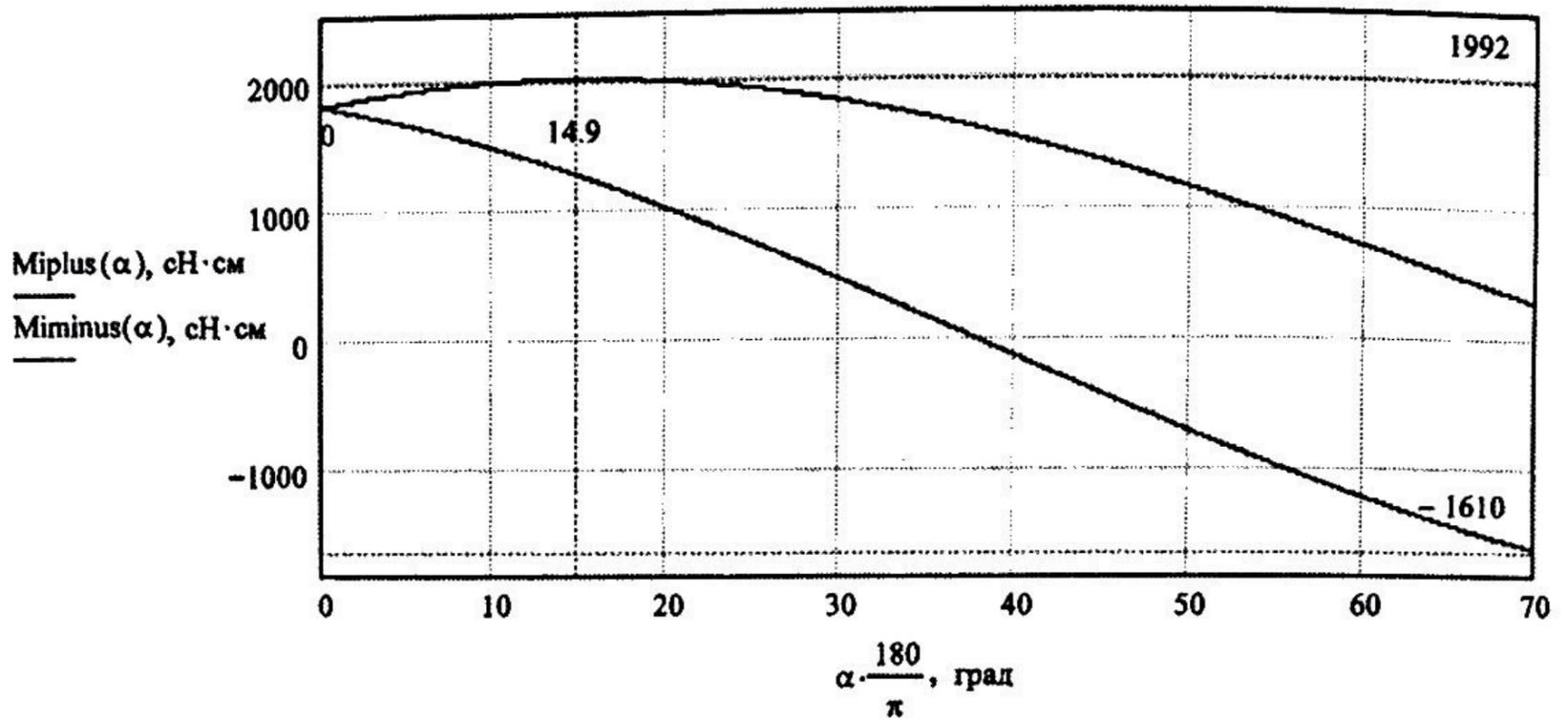


Рис. 7. Зависимости инерционного момента вокруг оси наружной рамы от угла  $\alpha$

Зависимости для положительных и отрицательных значений угла  $\beta$  при  $\alpha = \alpha_{\text{max}}$  приведены на рис. 8.

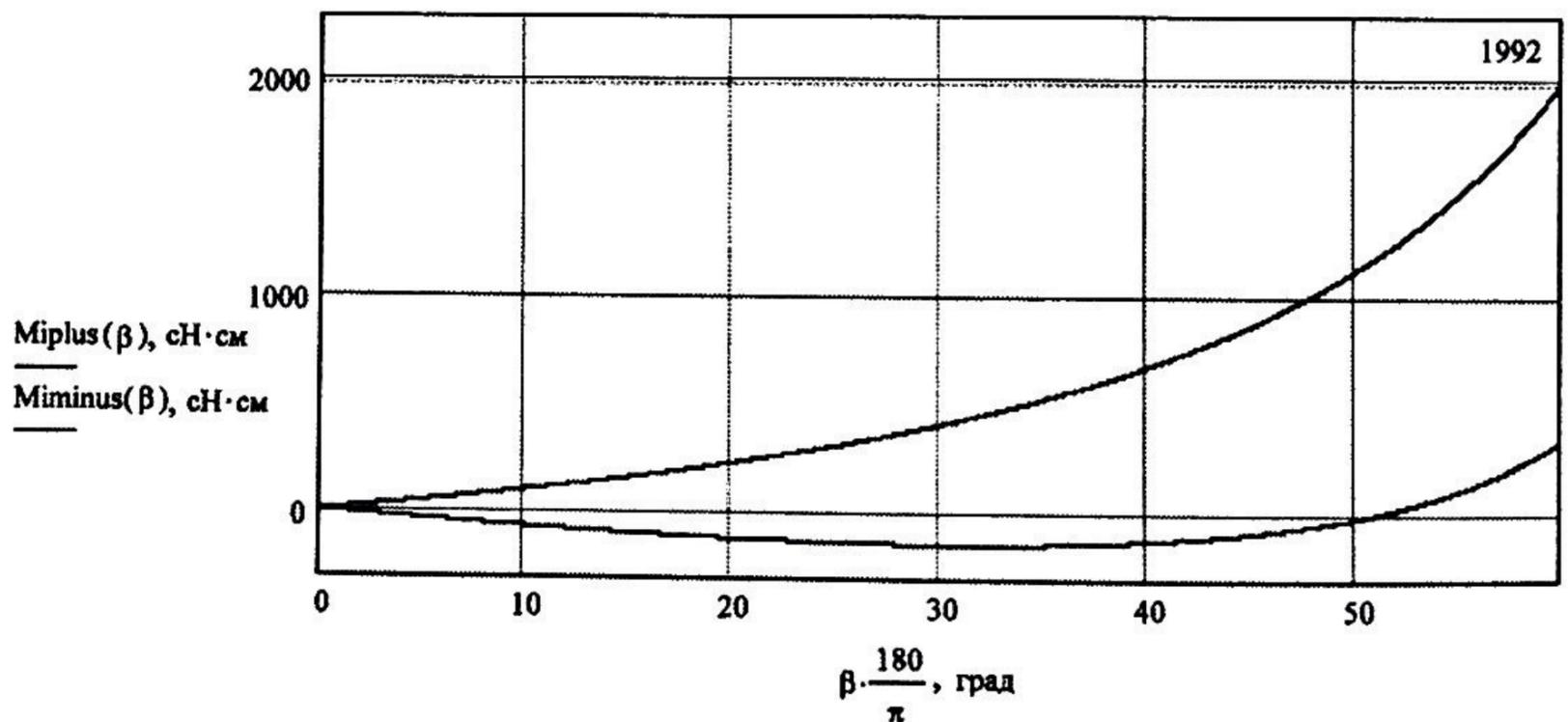


Рис. 8. Зависимости инерционного момента вокруг оси наружной рамы от угла  $\beta$

Видно, что максимальное значение инерционного момента имеет место при значениях углов  $\alpha = \alpha_{\text{max}} = -14,9^\circ$ ,  $\beta = \beta_{\text{max}} = 60^\circ$  и составляет  $M_{y1}^{\text{ин}} = 1992,3$  сН·см.

Формальное использование соотношения (1) при подстановке в него значений углов  $\alpha = \alpha_{\max} = 70^\circ$  и  $\beta = \beta_{\max} = 60^\circ$  дало бы значение момента  $M_{y1}^{\text{ин}} = 1602 \text{ сН} \cdot \text{см}$ , что неверно.

Таким образом, максимальный инерционный момент вокруг оси наружной рамы при движении объекта с заданными угловыми скоростями и угловыми ускорениями составляет  $M_{y1}^{\text{ин}} = 1992,3 \text{ сН} \cdot \text{см}$ .

### 10.3. Расчет инерционных моментов в двухосном гиросtabilизаторе при угловых колебаниях подвижного объекта

Выполним расчет инерционных моментов для заданных параметров движения объекта и параметров ГС. Для расчета используем формулы (2).

Зависимости инерционного момента от угла  $\alpha$  при угле  $\beta = \beta_{\max}$  представлены на рис. 9.

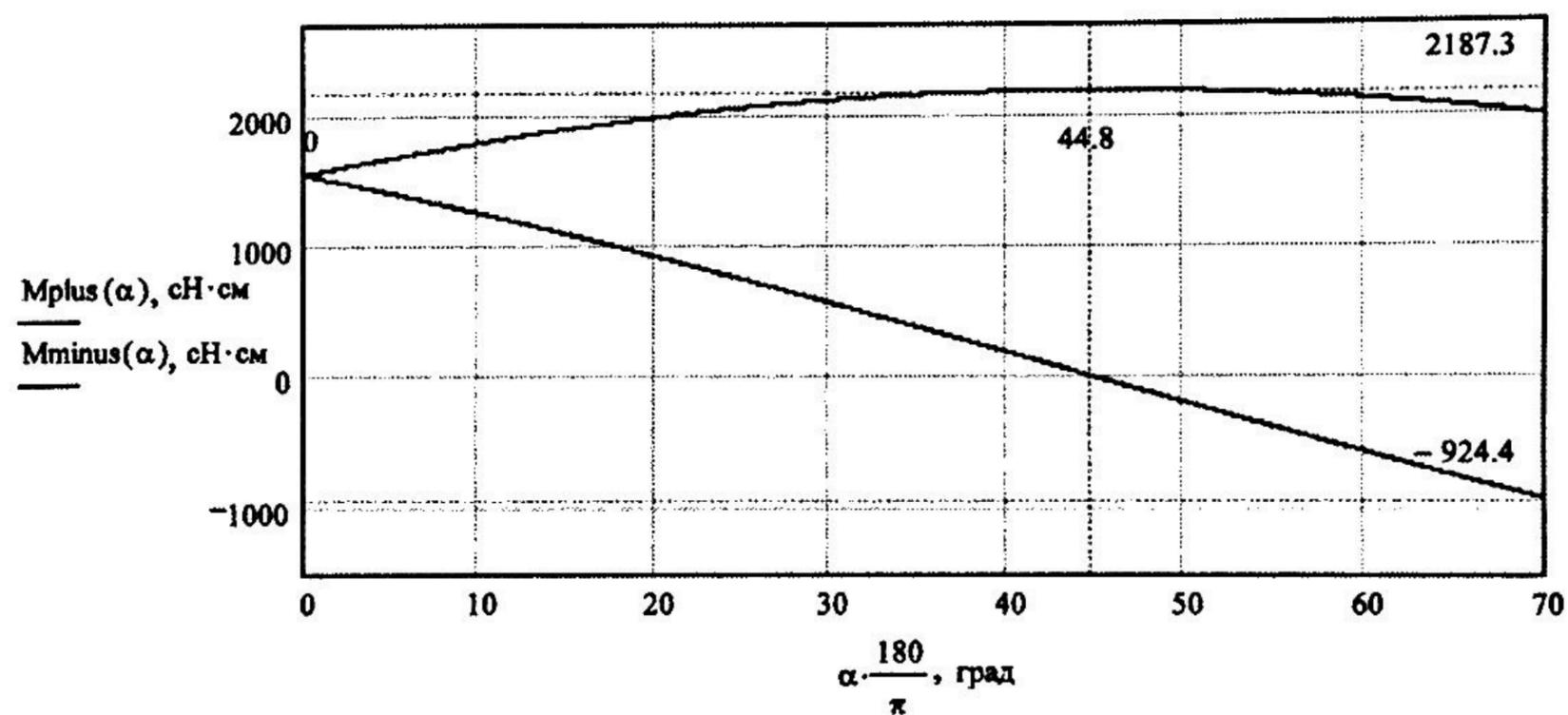


Рис. 9. Зависимость инерционного момента от угла  $\alpha$

На рис. 9 видно, что максимальное значение инерционного момента  $M_{\max y1}^{\text{ин}} = 2187,3 \text{ сН} \cdot \text{см}$  достигается при значении угла  $\alpha = -44,8^\circ$ , это значение соответствует амплитуде изменения инерционного момента на частоте колебаний. То же значение получается в случае использования формулы (3). При этом постоянная составляющая момента (1)  $M_{y1}^{\text{ин}} = 56,7 \text{ сН} \cdot \text{см}$ .

Зависимости инерционного момента от угла  $\beta$  при угле  $\alpha = \alpha_{\max}$  представлены на рис. 10.

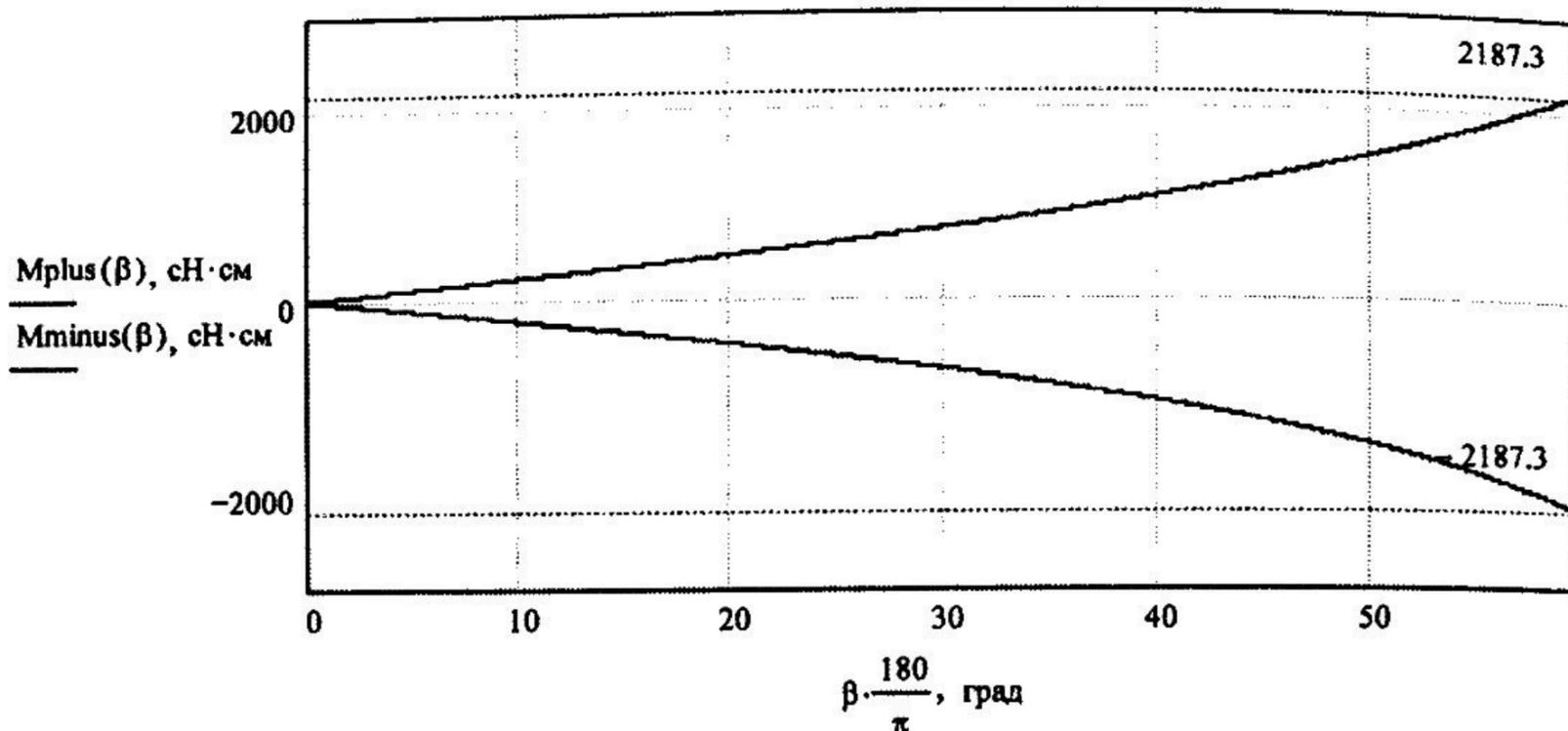


Рис. 10. Зависимость инерционного момента от угла  $\beta$

На рис. 10 видно, что максимальное значение инерционного момента имеет место при максимальном значении угла  $\beta = \beta_{\max} = 60^\circ$ .

Таким образом, максимальный инерционный момент вокруг оси наружной рамы при угловых колебаниях объекта с заданными амплитудами и частотой составляет  $M_{y1}^{\text{ин}} = 2187,3$  сН·см.

Суммарная амплитуда инерционного момента вокруг оси наружной рамы от вращения и угловых колебаний объекта имеет три составляющие:

$$M_{y1 \max}^{\text{ин}} = 1992,3 + 2187,3 + 56,7 = 4236,3 \text{ сН} \cdot \text{см.}$$

Полученное значение будет составляющей суммарного возмущающего момента, действующего вокруг оси наружной рамы двухосного ГС, по значению которого выбирают привод стабилизации, значение максимального развиваемого момента которого не менее расчетного значения максимального возмущающего момента (см. Приложение).

#### 10.4. Расчет моментов трения шарикоподшипников рам карданова подвеса двухосного гиросtabilизатора

Проведем расчет моментов трения для карданова подвеса (см. рис. 1), используя формулы (7).

Для данных ТЗ расчетные значения составляют:

$$n_{\text{в}} = 0,65; \quad M_{\text{н.р}}^{\text{тр}} = 57,0 \text{ сН} \cdot \text{см}; \quad M_{\text{пл}}^{\text{тр}} = 67,0 \text{ сН} \cdot \text{см.}$$

При единичной перегрузке в горизонтальном положении платформы имеем:

$$n_{xc} = -1; \quad n_{yc} = n_{zc} = 0;$$

$$M_{н.р0}^{тр} = 3,6 \text{ сН} \cdot \text{см} \text{ (технологические опоры)}; \quad M_{пл0}^{тр} = 32,3 \text{ сН} \cdot \text{см}.$$

Данное значение момента трения необходимо для расчета момента от остаточной несбалансированности.

### **10.5. Расчет моментов остаточной несбалансированности двухосного гиросtabilизатора**

Расчет моментов остаточной несбалансированности проводится по формуле (9).

Считаем, что балансировка наружной рамы осуществляется с использованием технологических опор, момент трения которых в 8 раз меньше штатных.

Тогда для данных ТЗ по формуле (8) получим:

$$\Delta_{y2} = \Delta_{x2} = \Delta_{z2} = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ см}; \quad \Delta_{y1} = \Delta_{x1} = \Delta_{z1} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ см}.$$

Варьируя знаки перегрузок и углов  $\alpha$ ,  $\beta$ , из (9) получим максимальные значения моментов от несбалансированности.

Зависимости моментов от углов  $\alpha$  и  $\beta$  представлены на рис. 11, 12.

Таким образом, максимальные значения моментов составляют:

$$M_{н.ру1} = 263,0 \text{ сН} \cdot \text{см}; \quad M_{плz1} = 271,0 \text{ сН} \cdot \text{см}.$$

### **10.6. Расчет моментов от неравножесткости подвеса двухосного гиросtabilизатора**

#### **10.6.1. Моменты от неравножесткости при линейных перегрузках**

Расчет моментов от неравножесткости проводим по формуле (11). Предварительно выполним расчет жесткости наружной рамы и ШП.

Для данных ТЗ получены следующие результаты:

*Шарикоподшипники наружной рамы:*

$$\text{осевой натяг } A_0^{нр} = 26,1 \text{ Н}; \quad \text{жесткости: } C^r = 230,8 \text{ Н/мкм}; \\ C^o = 91,5 \text{ Н/мкм}.$$

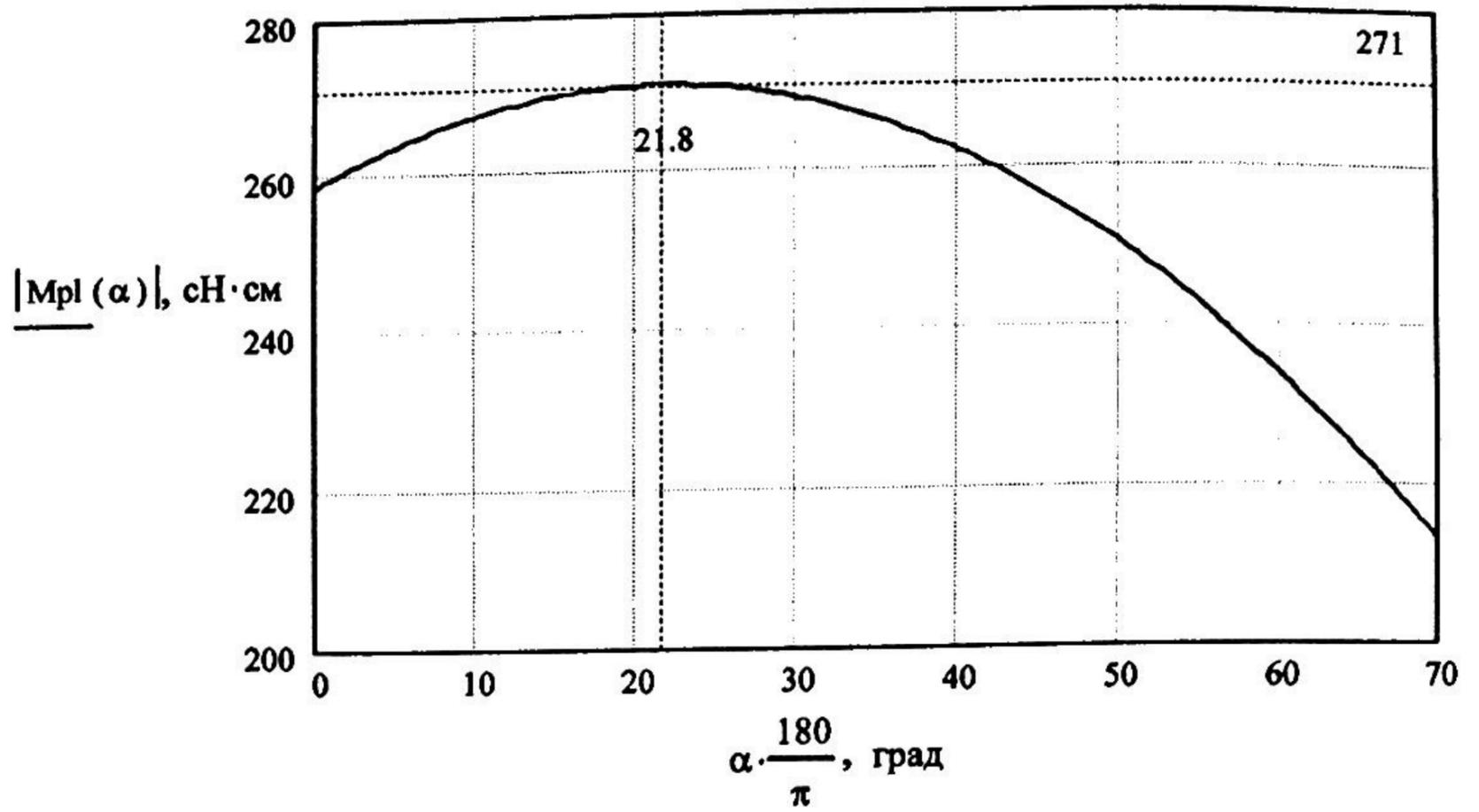


Рис. 11. Зависимость момента от остаточной несбалансированности вокруг оси платформы от угла  $\alpha$  при  $\beta = 0$

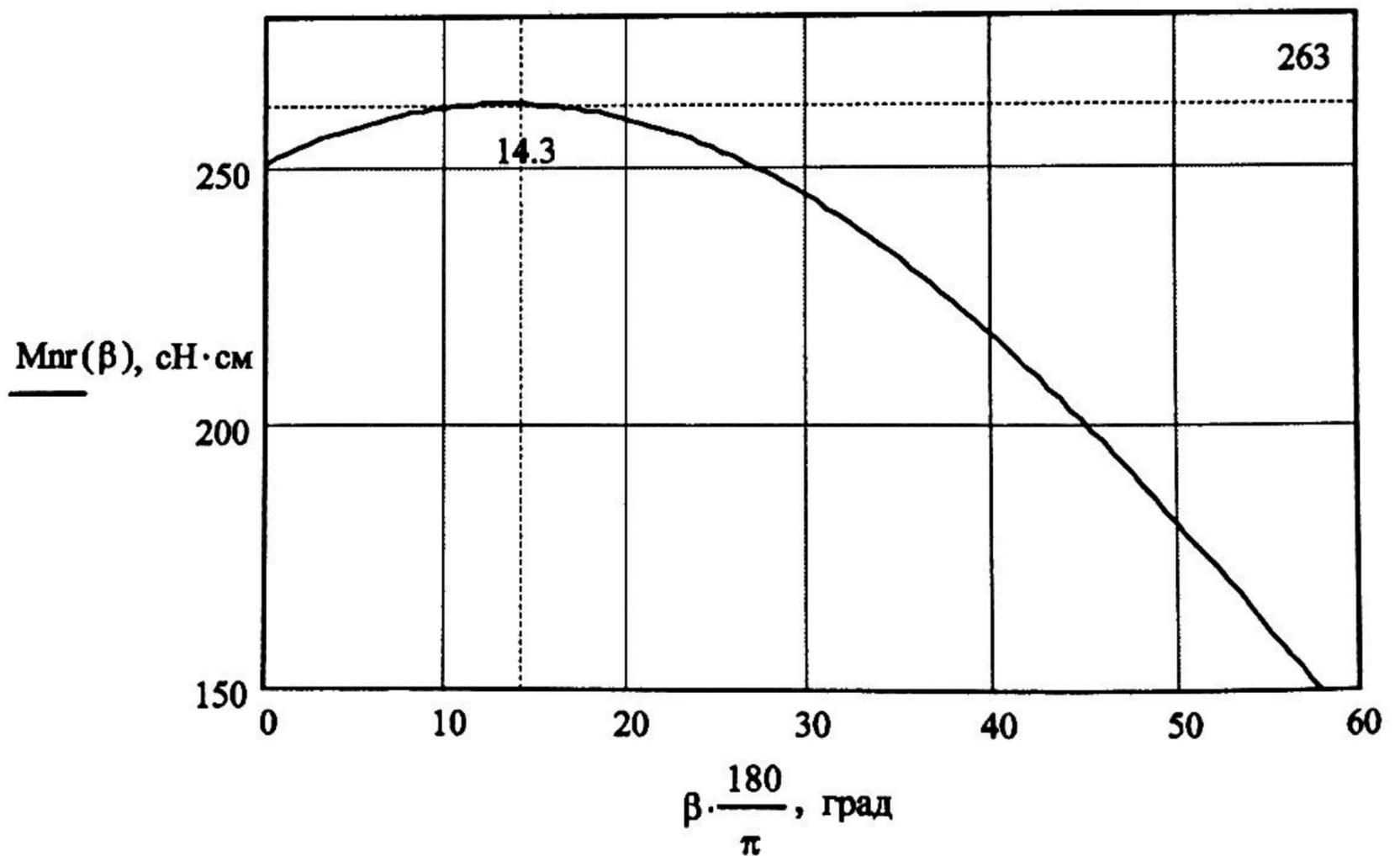


Рис. 12. Зависимость момента от остаточной несбалансированности вокруг оси наружной рамы от угла  $\beta$  при  $\alpha = 0$

Размеры наружной рамы (см. эскиз):

$$L = 194 \text{ мм}; \quad l = 143 \text{ мм}; \quad h = 3,0 \text{ мм}; \quad b = 20 \text{ мм}; \quad R = 47 \text{ мм}.$$

*Шарикоподшипники платформы:*

Осевой натяг  $A_0^{\text{HP}} = 36,2 \text{ Н}$ ; жесткости:  $C^r = 257,4 \text{ Н/мкм}$ ;  
 $C^o = 102,0 \text{ Н/мкм}$ .

При выбранных размерах жесткости рамы (10):

$$C_{z1} = 0,138 \text{ Н/мкм}; \quad C_{z1}^q = 0,232 \text{ Н/мкм}.$$

Момент от неравножесткости вокруг оси наружной рамы составляет:  $M_{\text{н.ру1}} = 152,5 \text{ сН} \cdot \text{см}$ .

Из расчетов видно, что при данных осевых силах жесткости ШП значительно больше (на несколько порядков), чем жесткости рамы.

Для снижения значения момента от неравножесткости может быть использовано ребро жесткости на раме (см. рис. П.4).

### **10.6.2. Моменты от неравножесткости при линейной вибрации**

Расчет моментов от неравножесткости при линейной вибрации проводим по формуле (12). В соответствии с ТЗ линейная вибрация имеет место на частоте 9 Гц с амплитудой 2 мм, что соответствует виброперегрузке 0,653.

Значения коэффициентов динамичности карданова подвеса примем равными  $\lambda_{x1} = 3$ ,  $\lambda_{z1} = 6$ .

Тогда постоянная составляющая момента составит

$$M_{\text{н.ру1}}^{\text{вibr}} = 40,0 \text{ сН} \cdot \text{см}.$$

Соответственно амплитуда колебаний на частоте 18 Гц также будет равна  $M_{\text{н.ру1}}^{\text{вibr}} \approx 40,0 \text{ сН} \cdot \text{см}$ .

## **10.7. Расчет моментов тяжения токоподводов гиросtabilизатора**

### **10.7.1. Гибкие токоподводы**

В соответствии с данными ТЗ и кинематической схемой ГС проведем подсчет необходимого количества проводников.

*Платформа – рама:*

гироблоки (питание ГМ, ДУ, ДМ, термодатчик и нагреватель, питание электроники, резерв):  $2 \times (3 + 4 + 2 + 2 + 2) + 4 + 6 = 36$ ,  
акселерометры:  $2 \times 6 + 2 = 14$ .

Итого:  $N_{\text{пр}} = 50$ .

*Рама – корпус (платформа – рама + привод стабилизации):*

$$N_{\text{рк}} = N_{\text{пр}} + 8 = 58$$

платформа:  $\theta_{\text{max}} = 60^\circ$ ,  $N = 50$ ,  $l_{\text{тп}} = 4$  см,  $M_{\text{тп}} = 85,0$  сН·см;

наружная рама:  $\theta_{\text{max}} = 70^\circ$ ,  $N = 58$ ,  $l_{\text{тп}} = 3$  см,  $M_{\text{тп}} = 154,0$  сН·см.

### 10.7.2. Коллекторные токоподводы

При использовании коллекторных токоподводов между рамой и корпусом в нашем случае момент трения составил бы приблизительно  $M_{\text{тп}}^{\text{тр}} = 139,0$  сН·см.

При заданных углах прокачки ГС использование коллекторных токоподводов нецелесообразно.

### 10.8. Расчет возмущающих моментов привода стабилизации при вращении и колебаниях основания

В соответствии с данными ТЗ проведем расчет возмущающих моментов, создаваемых приводом ГС, используя соотношения (13), (14) для безредукторного привода.

Максимальное значение амплитуды изменения моментов вокруг оси наружной рамы в соответствии с ТЗ имеет место на частоте 60 Гц (при  $d_{\text{н}} = 4,8 \cdot 10^{-3}$  Н·м·с):

$$M_{y1}^{\text{ин}} = 62,3 \text{ сН} \cdot \text{см}, \quad M_{y1}^{\text{демп}} = 157,9 \text{ сН} \cdot \text{см}.$$

На частоте 4 Гц амплитуды изменения возмущающих моментов следующие:

$$M_{y1}^{\text{ин}} = 16,6 \text{ сН} \cdot \text{см}; \quad M_{y1}^{\text{демп}} = 42,1 \text{ сН} \cdot \text{см}.$$

Максимальные значения моментов, действующих вокруг оси платформы (при  $d_{\text{п}} = 2,0 \cdot 10^{-3}$  Н·м·с):

– постоянная составляющая диссипативного момента  $M_{z1}^{\text{демп}} = 34,9$  сН·см;

– амплитуда диссипативного момента на частоте 4 Гц  $M_{z1}^{\text{демп}\sim} = 24,8 \text{ сН} \cdot \text{см};$

– амплитуда инерционного момента на частоте 4 Гц  $M_{z1}^{\text{ин}\sim} = 23,5 \text{ сН} \cdot \text{см}.$

При этом постоянная составляющая инерционного момента, действующего вокруг оси платформы, значительно меньше других составляющих.

### 10.9. Расчет максимального значения суммарного возмущающего момента

Рассчитанные значения возмущающих моментов сведем в табл. 2, 3.

#### *Возмущающие моменты вокруг оси наружной рамы:*

– постоянная составляющая момента — 2750,9 сН · см;

– амплитуда колебаний момента на частоте 4 Гц — 2242,4 сН · см;

– амплитуда колебаний момента на частоте 18 Гц — 56,1 сН · см;

– амплитуда колебаний момента на частоте 60 Гц — 220,2 сН · см.

Максимальное значение суммарного момента — 5387,2 сН · см.

#### *Возмущающие моменты вокруг оси платформы:*

– постоянная составляющая момента — 457,9 сН · см;

– амплитуда колебаний момента на частоте 4 Гц — 48,3 сН · см;

Максимальное значение суммарного момента — 506,2 сН · см.

Таблица 2

#### Возмущающие моменты, действующие вокруг оси наружной рамы

№ п/п	Вид возмущающего момента	Амплитуда момента, сН · см	Частота изменения, Гц
1	Инерционный момент от вращения основания	1992,3	0
2	Инерционный момент от угловых колебаний основания	2187,3	4
		56,7	0
3	Момент трения ШП наружной рамы	57,0	0

№ п/п	Вид возмущающего момента	Амплитуда момента, сН · см	Частота изменения, Гц
4	Момент от остаточной несбалансированности	263,0	0
5	Момент от неравножесткости: линейная перегрузка  линейная вибрация 9 Гц	152,5	0
		40,0	0
		40,0	18
6	Момент тяжения токоподводов	154,0	0
7	Инерционный момент привода	62,3	60
		16,6	4
8	Демпфирующий момент привода	75,4	0
		42,1	4
		157,9	60

Таблица 3

## Возмущающие моменты, действующие вокруг оси платформы

№ п/п	Вид возмущающего момента	Амплитуда момента, сН · см	Частота изменения, Гц
1	Момент трения ШП	67,0	0
2	Момент остаточного дебаланса	271,0	0
3	Момент тяжения токоподводов	85,0	0
4	Инерционный момент привода	23,5	4
5	Диссипативный момент привода	34,9	0
		24,8	4

Отметим, что амплитуды моментов, действующих вокруг оси наружной рамы и платформы, значительно различаются, поэтому нужно использовать два различных привода стабилизации. В данном случае в соответствии с табл. 2 для оси наружной рамы

можно выбрать привод стабилизации ДМ-28, а для оси платформы — ДМ-21.

Следующим этапом проектирования являются уточнение конструкции ГС с учетом выбранных приводов стабилизации, уточнение моментов инерции и массогабаритных характеристик, затем расчет устойчивости, статических и динамических погрешностей стабилизации.

Основные характеристики магнитоэлектрических датчиков моментов серии ДМ

Тип датчика	Масса, г, не более	Габариты, мм		Основные параметры			Диапазон токов		Допустимый диапазон механических нагрузок			Максимальный момент	
		$D_{\max}$	Высота	$k_{\text{ср}}$ , сН·см/А	$M_c$ , сН·см, не более	$R_{\text{обм}}$ , Ом	Длительность, А	Понижение, А/мин	Линейная перегрузка	Ударная прочность, g	Вибропрочность, g	Длительно, сН·см	Повременно, сН·см/мин
ДМ-14	190	77	8,2	3090±309	95	24,5-36,5	0,90	-	10	8	5	2800	-
ДМ-14-1	280	77	14,2	3180±318	105	16,0-23,5	0,90	1,4/1,0	10	8	5	2900	4500/1,0
ДМ-18	310	70	17,4	3000±300	210	26-35	0,35	0,7/1,5	10	10	6,7	1100	2100/1,5
ДМ-18М	310	70	17,4	3000±300	210	26-35	0,35	0,7/1,5	10	10	6,7	1100	2100/1,5
ДМ-20	215	60	17,4	2100±200	150	26-37	0,35	0,7/1,5	10	10	6,7	740	1500/1,5
ДМ-20М	215	60	17,4	2100±200	150	26-37	0,35	0,7/1,5	10	10	6,7	740	1500/1,5
ДМ-21	145	70	10,2	1800±180	110	26-36	0,30	1,0/1,5	12	7	3	540	1800/1,5
ДМ-22	260	90	12,2	3500±500	230	26-36	0,3	1,0/1,5	12	7	3	1100	3500/1,5
ДМ-24	460	95	18	6000±900	400	26-37	0,3	1,0/1,5	12	11	3	1800	6000/1,5
ДМ-26	200	93	12	2600±400	150	26-37	0,5	1,0/2,0	12	11	3	1400	2600/2,0
ДМ-28	500	70	26	6000±900	430	26-36	0,3	1,0/2,0	12	11	3	1800	6000/2,0

$D_{\max}$  — максимальный диаметр датчика;  $k_{\text{ср}}$  — масштабный коэффициент;  $M_c$  — момент сопротивления;  $R_{\text{обм}}$  — электрическое сопротивление обмотки по постоянному току.

# 1. РАСЧЕТ ЛИНЕЙНОЙ ЖЕСТКОСТИ РАМЫ КАРДАНОВА ПОДВЕСА

Для расчета смещений центра масс платформы при линейных перегрузках необходимо определить жесткость рам карданова подвеса. Используя методы теории сопротивления материалов [8], можно приближенно оценить жесткость рамы на этапе формирования эскиза общего вида. В дальнейшем после выбора основных элементов ГС жесткость рам можно рассчитать путем 3D-моделирования конструкции ГС.

Рассмотрим приближенный расчет линейной жесткости на примере наружной рамы двухосного ГС. На рис. П.1 представлены два основных варианта конструктивного исполнения наружной рамы.

Используем для расчета жесткостей принятую в сопротивлении материалов методику расчета перемещений точек плоских статически неопределимых рам.

Эпюры изгибающих моментов под нагрузкой  $P$ , создаваемой платформой, представлены на рис. П.2.

Применяя правило Верещагина для расчета интеграла Мора, получаем следующие выражения для смещений центра масс наружной рамы (приближенно половину максимального смещения середины рамы) и линейных жесткостей прямоугольной рамы постоянного сечения  $J_L = J_l = J$ :

$$\begin{aligned} \delta_{z1,y1}^{ц.м} &= \frac{1}{2} \delta_{z1,y1}; \quad n_1 = 1 + \frac{l}{L}; \quad n_2 = 1 + \frac{L}{l}; \\ \delta_{z1}^{ц.м} &= \frac{L^3 [(1 + 2l/L)^2 (1 + 4n_1) - 1]}{1536 E J n_1^4} P n_{z1}; \\ \delta_{y1}^{ц.м} &= \frac{l^3 [(1 + 2 \cdot L/l)^2 (1 + 4n_2) - 1]}{1536 E J n_2^4} P n_{y1}; \\ C_{z1} &= \frac{768 n_1^3 E J}{L^3 [(1 + 2l/L)^2 (1 + 4n_1) - 1]}; \\ C_{y1} &= \frac{768 n_2^3 E J}{l^3 [(1 + 2L/l)^2 (1 + 4n_2) - 1]}, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

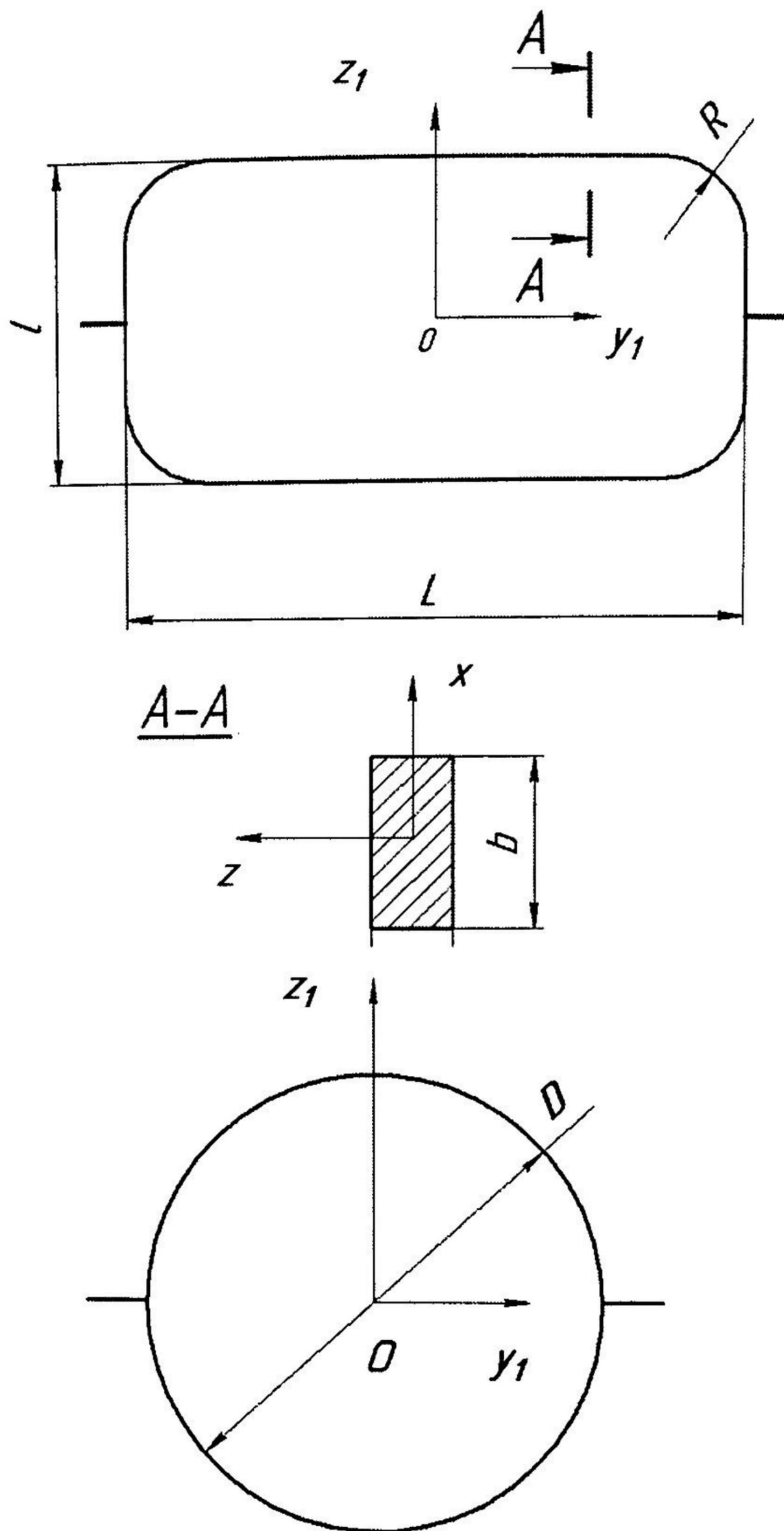


Рис. П.1. Расчетные схемы рам карданова подвеса

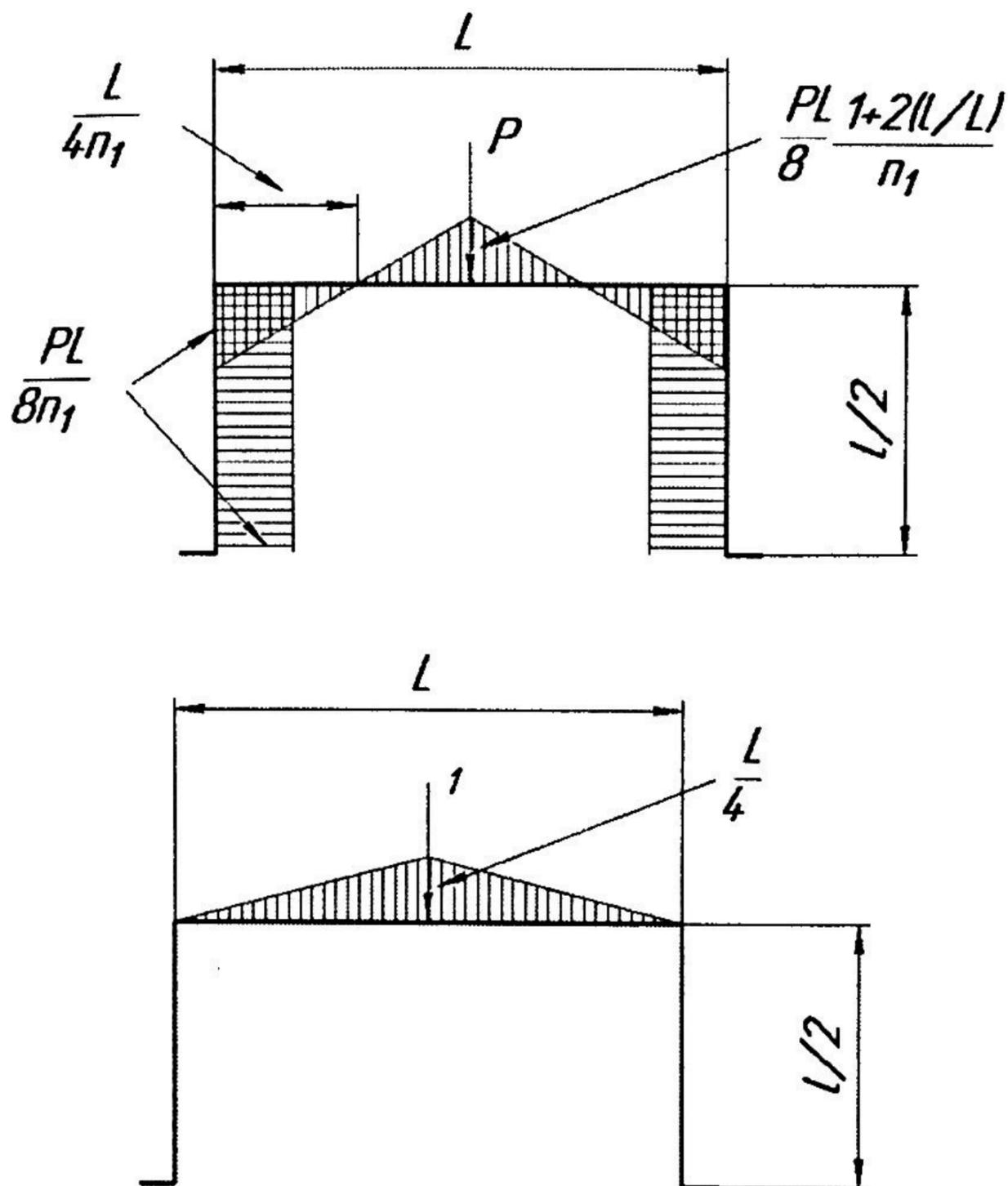


Рис. П.2. Эпюры изгибающих моментов

где  $E$  — модуль упругости материала рам;  $J$  — момент инерции поперечного сечения рамы (см. рис. П.1),  $J = bh^3/12$ .

Для квадратной рамы при  $L = l, n_1 = 2$  формулы (П.1) приобретают вид

$$\delta_{z1}^{\text{цм}} = \delta_{y1}^{\text{цм}} = \frac{5L^3}{1536EJ} P n_{z1}; \quad C_{z1} = C_{y1} = \frac{76,8EJ}{L^3}. \quad (\text{П.2})$$

Для рамы, имеющей форму окружности,

$$C_{y1} = C_{z1} = \frac{64\pi EJ}{D^3(4-\pi)}, \quad \delta_{z1}^{\text{цм}} = \delta_{y1}^{\text{цм}} = \frac{D^3(4-\pi)}{128EJ} P n_{z1}. \quad (\text{П.3})$$

Сравним жесткости квадратной рамы и рамы в форме окружности. Равенство жесткостей рам наступает при  $L = l = 0,69D$ . Учет радиусов скругления  $R$  прямоугольной рамы можно приближенно

провести путем эквивалентного уменьшения длин сторон:

$$L_R = L(1 - 0,62R/L), \quad l_R = l(1 - 0,62R/l). \quad (\text{П.4})$$

Наряду с нагрузкой от платформы на наружную раму необходимо учесть распределенную нагрузку, действующую на наружную раму и возникающую при ускоренном движении основания.

На рис. П.3 представлены эпюры моментов при движении рамы с линейной перегрузкой  $n_{z1}$ , при этом возникает распределенная нагрузка интенсивности  $q$ :

$$q = \gamma b h n_{z1},$$

где  $\gamma$  — удельный вес материала рамы;  $b, h$  — параметры поперечного сечения рамы (рис. П.3, где обозначено  $a = 1 - \sqrt{1 - \frac{2}{3n_1}}$ ).

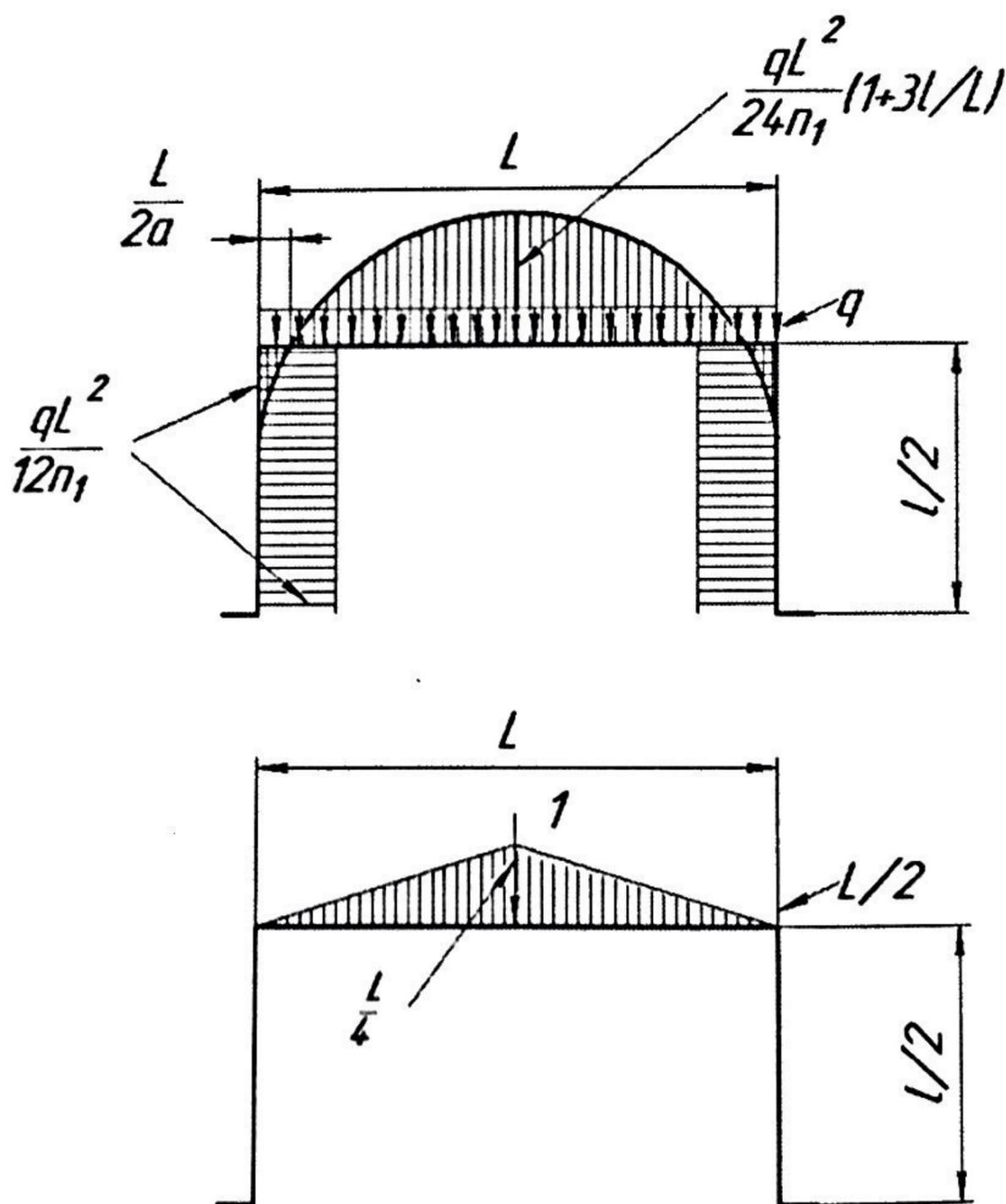


Рис. П.3. Эпюры изгибающих моментов от распределенной нагрузки

Рассчитывая перемещения точек рамы с помощью интеграла Мора [8], получим следующие выражения для линейных жесткостей прямоугольной рамы постоянного сечения при распределенной нагрузке:

$$C_{z1}^q = \frac{P^*}{\delta} = \frac{384EJ}{L^3(5 - 4/n_1)}, \quad C_{y1}^q = \frac{P_1^*}{\delta} = \frac{384EJ}{l^3(5 - 4/n_2)}, \quad (\text{П.5})$$

где  $P^* = qL$ ,  $P_1^* = ql$ .

Для квадратной рамы постоянного сечения  $L = l$ ,  $n_1 = 2$ ,  $n_2 = 2$

$$C_{z1}^q = C_{y1}^q = \frac{128EJ}{L^3}. \quad (\text{П.6})$$

Для рамы, имеющей форму окружности при распределенной нагрузке,

$$C_{z1}^q = C_{y1}^q = \frac{96EJ}{D^3}. \quad (\text{П.7})$$

Для увеличения жесткости рамы поперечное сечение рамы может иметь более сложный профиль, например ребро жесткости (рис. П.4).

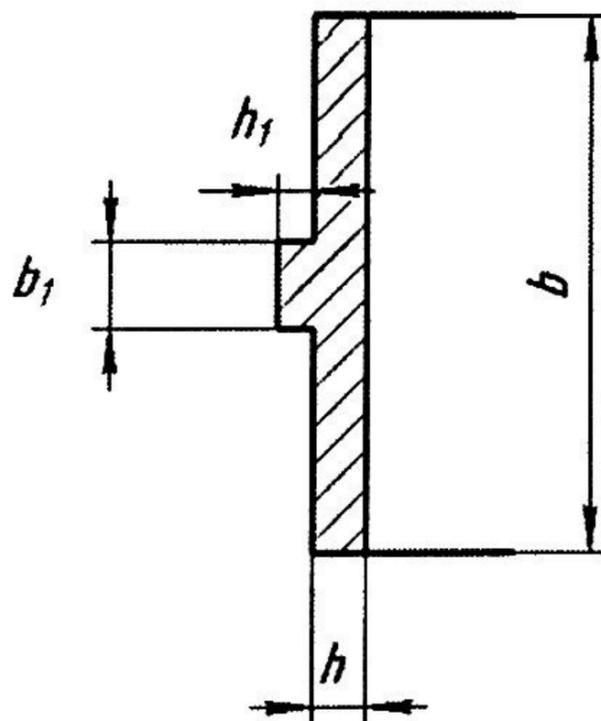


Рис. П.4. Поперечное сечение рамы с ребром жесткости

Для сечения (см. рис. П.4) момент инерции сечения определяется формулой

$$J = \frac{1}{12}(bh^3 + b_1h_1^3) + \frac{1}{4}b_1h_1(h + h_1)^2. \quad (\text{П.8})$$

Отметим, что рассмотренный расчет является поверочным и более точные значения жесткостей определяются путем 3D-моделирования после проработки конструкции рам карданова подвеса.

## 2. РАСЧЕТ ЖЕСТКОСТИ ШАРИКОПОДШИПНИКА

Жесткостная характеристика радиально-упорного ШП, определенная на основе закона Герца, приближенно описывается следующей формулой:

$$F = 3,536 \cdot z^3 d_{\text{ш}}^{2/3} \delta^{3/2} \sin^{5/2}(\alpha), \quad (\text{П.9})$$

где  $F$  — осевая сила, Н;  $z$  — число шариков;  $d_{\text{ш}}$  — диаметр шарика, мм;  $\alpha$  — угол контакта;  $\delta$  — осевое смещение колец. Характеристики отдельных подшипников и пары ШП представлены на рис. П.5, где  $A_0$  — предварительная осевая сила,

$$A_0 = 73 \text{ Н}; \quad z = 5; \quad d_{\text{ш}} = 1,0 \text{ мм}; \quad \alpha = 24^\circ.$$

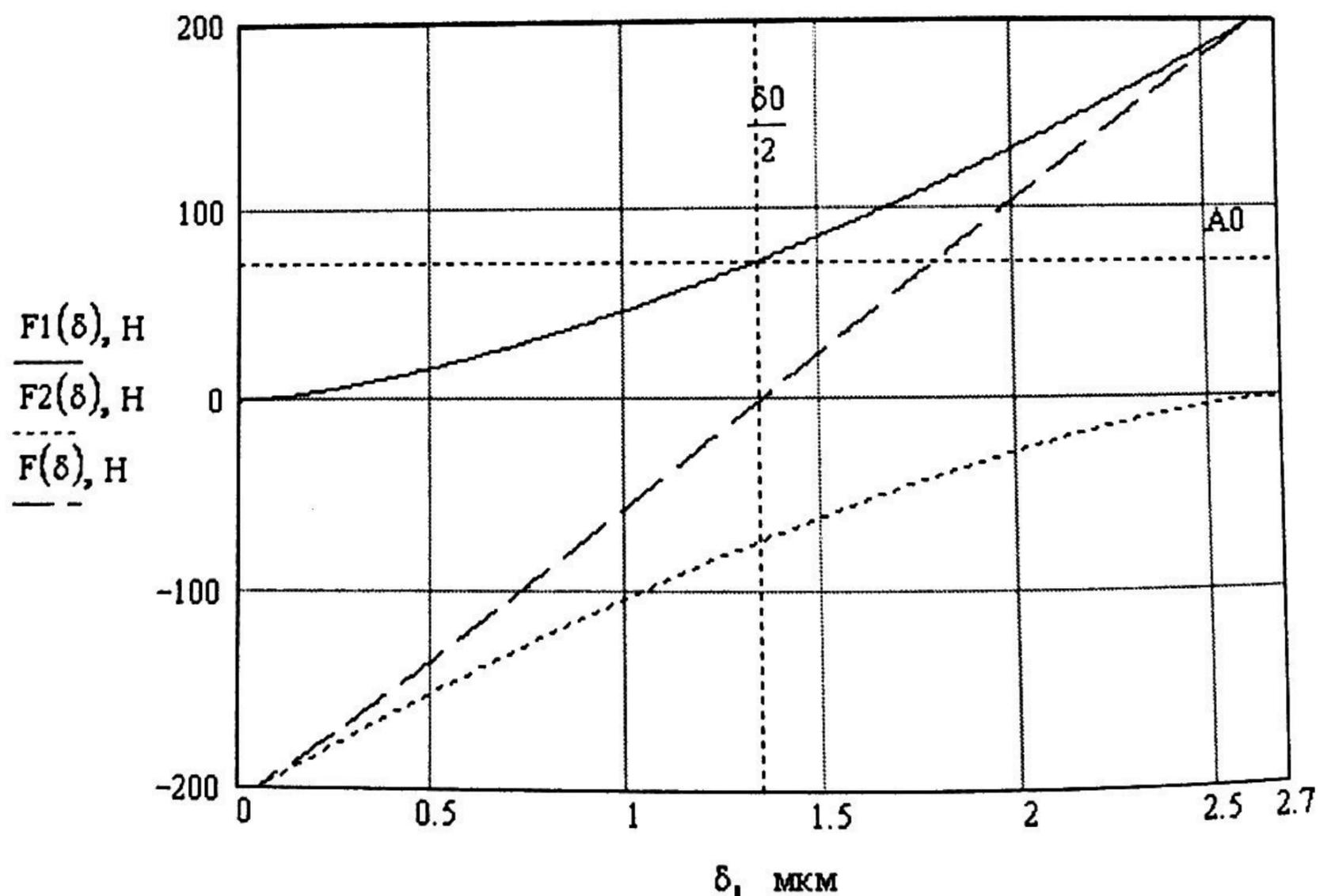


Рис. П.5. Характеристика пары ШП

Радиальную жесткость ШП приближенно находят по формуле

$$C^r = 3,75z^2 d_{\text{ш}}^{2/3} \sin^{5/3} \alpha \operatorname{ctg}^2 \alpha (0,1 \cdot A_0)^{1/3}. \quad (\text{П.10})$$

Соотношение осевой и радиальной жесткости ШП определяют как

$$\frac{C^0}{C^r} = 2 \operatorname{tg}^2(\alpha). \quad (\text{П.11})$$

Тогда осевая жесткость ШП

$$C^0 = 7,5z^2 d_{\text{ш}}^{2/3} \sin^{5/3} \alpha (0,1 A_0)^{1/3}. \quad (\text{П.12})$$

Введем параметр  $n$ , определяемый формулой

$$n = \frac{C^r}{C^0} = \frac{1}{2 \operatorname{tg}^2(\alpha)}. \quad (\text{П.13})$$

Зависимость отношения радиальной и осевой жесткости ШП от угла контакта представлена на рис. П.6.

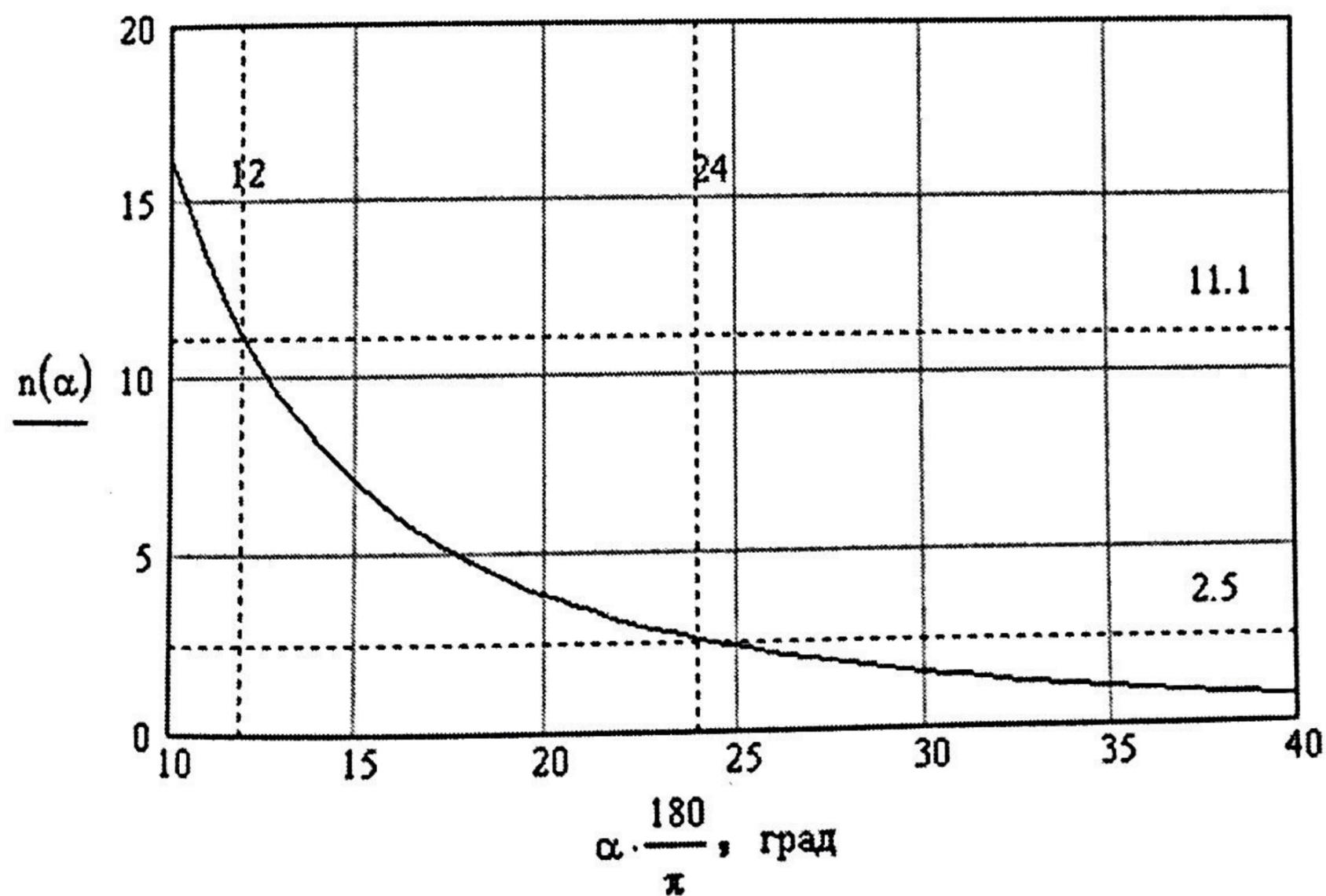


Рис. П.6. Зависимость отношения радиальной и осевой жесткости ШП от угла контакта

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Пельпор Д.С.* Гироскопические системы. Теория гироскопических стабилизаторов. М.: Высш. шк., 1986. 423 с.
2. *Колосов Ю.А., Ляховецкий Ю.Г., Рахтеенко Е.Р.* Гироскопические системы. Проектирование гироскопических систем: Учеб. пособие для вузов в 2 ч. Ч. 2: Гироскопические стабилизаторы / Под ред. Д.С. Пельпора. М.: Высш. шк., 1977. 223 с.
3. *Рахтеенко Е.Р.* Гироскопические системы ориентации. М.: Машиностроение, 1989. 232 с.
4. *Арсеньев В.Д., Рахтеенко Е.Р.* Расчет максимальных значений инерционных моментов в гироскопических стабилизаторах для маневренных объектов // Вестник МГТУ: Электронный журнал. 2013. № 2.
5. *Матвеев В.А., Подчезерцев, В.П., Фатеев В.В.* Гироскопические стабилизаторы на динамически настраиваемых гироскопах: Учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2005. 103 с.
6. *Ермолаев Г.К., Шестов С.А.* Методические указания к лабораторным работам по курсу «РиК элементов ИНС». М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1993. 32 с.
7. *Ишлинский А.Ю.* Классическая механика и силы инерции. М.: Наука, 1987. 320 с.
8. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов. М.: Наука, 1986. 512 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	3
1. Расчет инерционных моментов в двухосном гиросtabilизаторе при вращении подвижного объекта .....	5
2. Расчет инерционных моментов в двухосном гиросtabilизаторе при угловых колебаниях подвижного объекта .....	6
3. Расчет инерционных моментов в трехосном гиросtabilизаторе .	8
4. Расчет моментов трения шарикоподшипников рам карданова подвеса .....	10
5. Расчет моментов от остаточной несбалансированности двухосного гиросtabilизатора .....	13
6. Расчет моментов от неравножесткости карданова подвеса .....	14
7. Расчет моментов тяжения токоподводов гиросtabilизатора .....	18
8. Расчет возмущающих моментов привода стабилизации при вращении и колебаниях основания .....	18
9. Расчет максимального значения суммарного возмущающего момента .....	20
10. Пример расчета возмущающих моментов в двухосном гиросtabilизаторе .....	21
Приложение .....	34
Литература .....	42